

O MÉTODO *ANALYTIC HIERARCHY PROCESS* (*AHP*) EM ECONOMIA

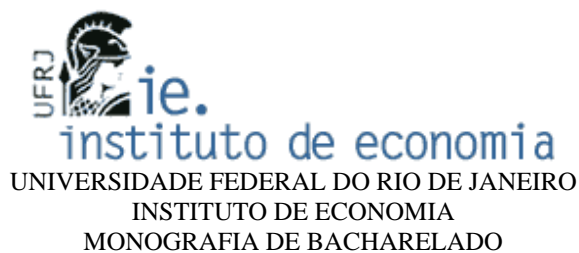
DIOGO GERHARD CASTRO DE BRITTO

Email: dgcbritto@hotmail.com

Matrícula: 105027854

ORIENTADOR: Prof. Hugo Pedro Boff

JULHO DE 2010



O MÉTODO *ANALYTIC HIERARCHY PROCESS* (*AHP*) EM ECONOMIA

DIOGO GERHARD CASTRO DE BRITTO

Email: dgcbritto@hotmail.com

Matrícula nº: 105027854

ORIENTADOR: Prof. Hugo Pedro Boff

JULHO DE 2010

As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do(a) autor(a)

DEDICATÓRIA

Dedico inteiramente este trabalho aos meus pais, Paulo e Célia, sem todo o empenho e dedicação de suas vidas a mim e ao meu irmão, Douglas, nada disso seria possível.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu irmão, Douglas, pelo seu companheirismo, e à minha tia, Madalena, por toda sua atenção e carinho ao longo de minha vida.

Agradeço ao professor Hugo Boff, orientador desse trabalho, por toda a atenção dispensada ao trabalho e boa vontade em orientar o trabalho sobre um tema extracurricular.

Agradeço aos professores Rolando Garciga, também na condição de seu aluno, e Marcelo Paixão pela boa vontade em participar do experimento presente nesse trabalho.

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar o método de AHP (*Analytic Hierarchy Process*) e aplicá-lo à questão educacional. Numa primeira etapa, o método é apresentado junto a um exemplo de sua aplicação. Em seguida, é trabalhado um aprofundamento sobre tópicos específicos. Posteriormente, como forma de motivar a aplicação do AHP à educação, é feita uma breve resenha sobre os estudos econométricos relativos ao tema, mostrando o alto grau de divergência entre os mesmos. A partir daí, é derivada uma aplicação do AHP para a questão da qualidade do ensino.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	9
CAPÍTULO I: O MÉTODO DE AHP	10
I.1 – O Método em Linhas Gerais	10
I.2 – O AHP e as Ciências Econômicas	12
I.3 – Aplicação do AHP	17
I.3.1 – Construindo a Hierarquia	17
I.3.2 - Solucionando o problema hierárquico	22
CAPÍTULO II: APROFUNDAMENTO E CRÍTICAS AO MÉTODO	30
II.1 – O Recurso do Autovalor	30
II.2 – A Escala	31
II.3 – A Questão da Consistência	35
II.4 – Validação	38
II.5 - Críticas	40
CAPÍTULO III: APLICAÇÃO À QUESTÃO EDUCACIONAL	44
II.1 – A Importância da Educação para o Desenvolvimento	44
II.2 – Os Determinantes da Qualidade do Ensino	46
II.3 – Aplicação do AHP	48
III.3.1 - Construção da Hierarquia	49
III.3.2 – Solução do Problema Hierárquico	52
III.3.3 – Resultados e Análise	54
CONCLUSÃO	59
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	61

INTRODUÇÃO

O AHP é um método de decisão multi-critério, hierárquico, através do qual se derivam escalas de prioridade para a solução de um problema a partir de comparações de elementos dois a dois. O objetivo desse estudo é apresentá-lo com um grau moderado de aprofundamento e aplicá-lo à questão educacional.

No primeiro capítulo, o método é apresentado em linhas gerais e é realizada uma demonstração pormenorizada de sua aplicação com o auxílio de um exemplo, baseado em um artigo. São destacados os fatos de que o método vem sendo aplicado desde sua criação nas mais diversas áreas, sua praticidade, como um método de fácil compreensão e aplicação, e sua excelente adequação a problemas do mundo real, tendo em vista sua capacidade de tratar com elementos intangíveis e imensuráveis. Além disso, é discutido seu valor no estudo da economia. Argumenta-se que o AHP pode ser um recurso relevante para a análise de problemas práticos, especialmente para aqueles com os quais a análise econométrica não é capaz de lidar satisfatoriamente.

No capítulo posterior, é feito um aprofundamento. Nele, são discutidos alguns tópicos relevantes na construção do AHP: o recurso do autovalor como meio de derivação das prioridades, a escala utilizada nas comparações, a questão da consistência do julgamentos e a validação do método. Além disso, com o objetivo de enriquecer o estudo, são apresentadas algumas críticas ao método presentes na literatura.

Finalmente, no último capítulo, é introduzido o tema da educação e desenvolvida uma aplicação do AHP à mesma. Nele, se mostra de forma resumida a relevância do tema para distintos modelos econômicos e a grande divergência encontrada ao se confrontar estudos econométricos sobre os determinantes de uma educação de qualidade. Motivado pelo último fato, deriva-se uma aplicação do AHP ao tema.

CAPÍTULO I: O MÉTODO DE AHP

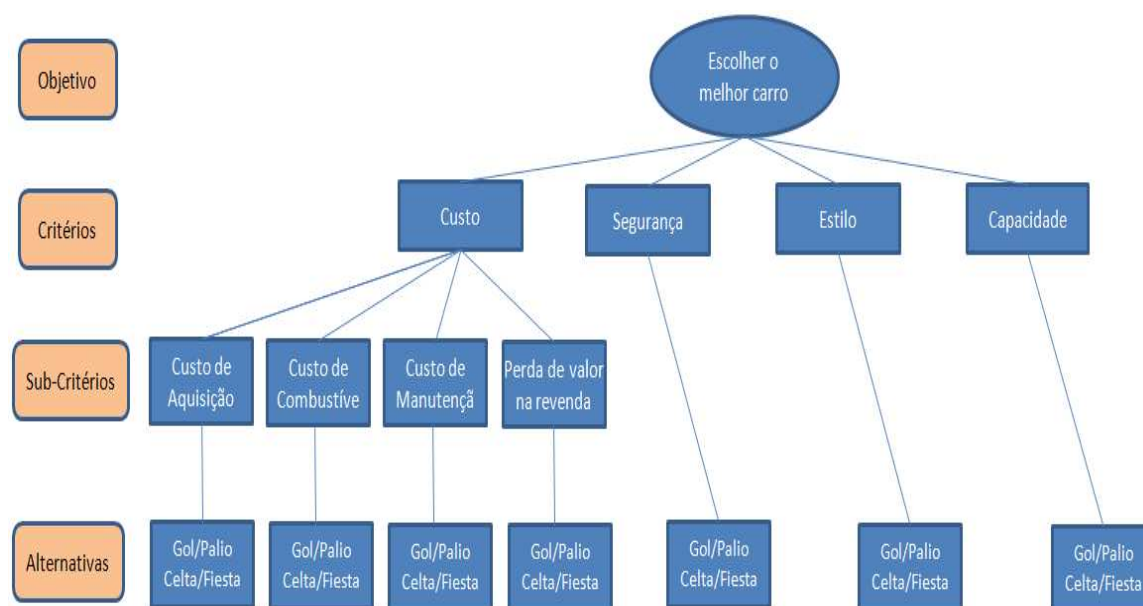
Este capítulo tem por objetivo apresentar em linhas gerais o método em questão e discutir a motivação para sua análise. Nele, após sua introdução, é discutido o valor do seu estudo e sua utilidade para as Ciências Econômicas, tendo em vista que o mesmo é aplicado amplamente em diversas áreas. Além disso, é mostrado um exemplo detalhado da construção do método tendo como base uma aplicação feita em um artigo.

1.1 – O Método em Linhas Gerais

Analytic Hierarchy Process (AHP) é um método de decisão multicritério desenvolvido pelo matemático americano Thomas Saaty durante a década de setenta, o qual tem seu artigo base publicado pelo mesmo em 1980. Desde sua publicação, mostrou-se um poderoso instrumento de apoio a tomada de decisão nos mais diversos campos, servindo de base a uma ampla gama de estudos, principalmente no campo dos negócios.

Como definido pelo próprio autor (Saaty 2008, pg. 83), é uma teoria da mensuração que é construída através de comparações de elementos em pares e que se apóia no julgamento de especialistas no assunto em questão para derivar escalas de prioridade. Além disso, os mesmos são responsáveis pela determinação dos objetivos e critérios relevantes a serem avaliados na resolução do problema. As escalas de prioridade são derivadas a partir de comparações dois a dois de elementos com respeito a um determinado critério. Uma questão chave é o fato que tais critérios podem ser não apenas tangíveis mas, principalmente, intangíveis. Isso potencializa muito a gama de problemas com os quais o método é capaz de lidar e melhora seus resultados, pois aqueles estão presentes em praticamente todo e qualquer processo decisório do mundo real, dominado por elementos intangíveis e de difícil mensuração objetiva, dificilmente estão relacionados somente a tópicos tangíveis. Não menos importante é a análise de consistência dos julgamentos feitos pelos especialistas no assunto em questão, o que também é objeto de estudo do método e será discutida em detalhes neste trabalho mais adiante.

A aplicação do AHP se dá via a decomposição de um problema em sub-problemas (objetivo, objetivos intermediários, critérios e sub-critérios), que são organizados de modo hierárquico, formando uma espécie de árvore de decisão. A partir dessa decomposição, um conjunto finito de alternativas é avaliado comparativamente, dois a dois, com respeito a cada um dos critérios pertencentes ao nível mais baixo da estrutura, extraíndo-se daí uma nota/peso para cada uma delas, formando uma escala de comparação. O mesmo é feito para cada nível de critério com relação ao nível imediatamente superior. Agregando-se os resultados obtidos em cada nível hierárquico, obtém-se uma nota para cada alternativa com respeito ao objetivo final, a escala de prioridades, o que permite que se chegue a uma conclusão sobre a melhor alternativa como solução para o problema enfrentado. Abaixo é possível ver como um consumidor que deseja comprar um carro popular pode estruturar seu problema:



Saaty estrutura a aplicação do AHP em quatro etapas da seguinte forma:

- 1) Definição do problema a ser enfrentado e do conhecimento necessário para solução do mesmo.

- 2) Estruturação dos problemas em hierarquias, iniciando-se pelo objetivo final, passando pelos objetivos a partir de uma perspectiva mais ampla, objetivos intermediários, depois pelos critérios mais abrangentes, em seguida pelos mais específicos (subcritérios) e finalmente chegando ao nível mais baixo da cadeia, as alternativas. Note que o número de níveis hierárquicos de cada problema pode variar muito de acordo com o caso.
- 3) Construção do conjunto de matrizes de comparação dois a dois. Cada elemento de um nível hierárquico superior é utilizado como critério para comparar os elementos de nível hierárquico imediatamente inferior.
- 4) A partir de cada matriz de comparação, obtém-se uma escala para cada item que foi objeto de comparação através do método de autovalores. Através da multiplicação dos resultados obtidos nos nível mais baixo da cadeia, pelos pesos do nível imediatamente superior sucessivamente até o topo da hierarquia, deriva-se o peso de cada alternativa com respeito ao objetivo final, obtendo-se um resultado final.

1.2 – O AHP e as Ciências Econômicas

Apresentadas as linhas gerais do AHP, cabe discutir como ele pode se inserir no estudo das ciências econômicas, visto que ele não é construído especificamente para a mesma. Assim sendo, dado que ele é um método de decisão, de que modo ou em que medida ele se relaciona com a teoria da decisão presente na maioria dos manuais de economia? Seria ele conflitante com as teorias do consumidor e do produtor?

A resposta dessas questões passa pela idéia de que esses modelos tem um papel bem diferente do AHP. A teoria da decisão do manual, seja do indivíduo otimizador de utilidade ou seja da firma maximizadora de lucro, tem a função de descrever o comportamento dos agentes na economia. Para tal, como em todo modelo, são feitas simplificações que permitem tornar a análise operacional sem perder a essência do funcionamento do fenômeno social que está sendo estudado. Isto é, são colocadas certas hipóteses, não necessariamente cem por cento verdadeiras (não precisam ser e, em geral, não são), que possibilitam estudar o funcionamento da economia e obter conclusões válidas. Varian

descreve isso de modo semelhante em seu manual de princípios microeconômicos logo na primeira página:

“A economia avança com base no desenvolvimento de **modelos** de fenômenos sociais. Por modelo entendemos uma representação “simplificada”. Imagine como seria inútil um mapa em escala 1:1. O mesmo é válido para um modelo econômico que tente descrever todos os aspectos da realidade. A importância do modelo provém da eliminação dos detalhes irrelevantes, o que permite ao economista concentrar-se nas características essenciais da realidade econômica que procura compreender.” (Varian, Manual de Microeconomia, 6º edição, pg. 1)

Pelo lado do consumidor, o manual assume que o agente é sempre capaz de ordenar suas preferências sobre qualquer cesta de bens, que essas preferências são completas, reflexivas e transitivas e, conseqüentemente, ele está sempre apto a escolher a cesta lhe que proporciona máxima satisfação, dada uma restrição orçamentária. “A teoria do consumidor é muito simples: os economistas partem do pressuposto de que os consumidores escolhem a melhor cesta de bens que podem adquirir.” (Varian, Manual de Microeconomia, 6º edição, pg. 21)

Pelo lado da firma, assume-se que o empresário conhece sua função de custos, a curva de demanda, seus concorrentes (a oferta) e, a partir disso, é capaz de tomar suas decisões essenciais, preço e quantidade, de forma a maximizar seus lucros (pensando no caso mais geral, não necessariamente em concorrência perfeita).

Hipóteses como essas, ainda que válidas para estudar a economia e extrair conclusões relevantes, são irreais. Pensando no consumidor, ele pode muitas vezes se deparar com situações em que conhece perfeitamente dois produtos, mas ter dúvidas sobre qual deles adquirir. Por exemplo, uma pessoa pode fazer um *test-drive* com alguns automóveis, conhecer todos seus detalhes técnicos, mas não estar seguro sobre qual seria a melhor aquisição. Os modelos presentes nos manuais de economia buscam descrever o comportamento de agentes representativos do mercado os quais assume-se sejam capazes de escolher os bens que lhes proporcionam maior satisfação, o que é bastante realista por sinal. Já o AHP, busca auxiliar os agentes a decidirem da melhor forma para obter

satisfação máxima, ou pelo menos, fazer com que a decisão represente da melhor forma possível a ponderação de critérios que são relevantes para ele, procurando estruturar sua decisão da melhor forma possível.

No caso da firma, o empresário, no mundo real, deve tomar uma série de decisões tendo como objetivo obter o máximo de lucro (ou o máximo de valor) para a empresa. Contudo, essas decisões não são triviais como no modelo, na realidade não podem ser resumidas a um problema de programação onde os parâmetros essenciais são bem conhecidos e maximização de lucro é uma questão puramente matemática. Ele é condenado a lidar com uma série de variáveis, tangíveis e intangíveis, com riscos e sobretudo incerteza sobre o futuro para decidir. Mais uma vez, é nesse ponto que entra o AHP. Seu papel é estruturar a decisão para que ela reflita da melhor maneira possível o conhecimento disponível ao agente, ou mesmo, suas crenças.

Deste modo, o AHP apresenta-se como uma ferramenta potencialmente útil para a análise econômica, particularmente em situações onde a quantificação das variáveis relevantes no processo decisório é inexistente ou problemática. Ou ainda, como um método auxiliar ao cálculo econômico, particularmente quando a decisão requer o ordenamento entre vários elementos ou ações alternativas. Entretanto, existe algum domínio próprio que justifique mais amiúde o interesse do economista pelo AHP, uma vez que os métodos quantitativos tradicionais, baseados na amostragem, podem ser mais facilmente defendidos como “científicos”? Para se responder a essa questão bastante geral, deve-se entender que existem problemas que são mais propícios à análise quantitativa e problemas menos propícios a ela.

No primeiro caso, consideremos aqui como propícios à análise quantitativa aqueles cujas variáveis chave são mensuráveis de alguma forma e estes dados existem. Indo além, estreitando a definição, casos onde a partir dos dados disponíveis, seja possível definir modelos que quando simulados, demonstrem ser relevantes, isto é, nos quais as variáveis explicativas sejam significantes estatisticamente. Este é de fato o tipo de situação menos adequada ao uso do AHP, dado que são problemas que podem ser resolvidos diretamente por um método mais objetivo (ainda que a subjetividade não deixe de existir, pois ela sempre está presente na definição do modelo a ser testado, no tipo de dado a ser usado, no nível de confiança tido como aceitável, etc).

Entretanto, o caso oposto existe e está presente nas mais diversas realidades. Desde a realidade de consumidores que devem decidir ao comprar um automóvel até a de políticos que devem tomar decisões de governo, situações que muitas vezes lidam amplamente com aspectos intangíveis, imensuráveis e difíceis de serem tratados puramente de modo quantitativo, necessitando muitas vezes de intuição na sua resolução. Intuição que, ainda que influenciada por arbitrariedade ou crença, deriva de conhecimento técnico e experiência. Essa é a contribuição do AHP, ser um método auxiliar na resolução de problemas, que busca estruturá-los da forma mais simples e eficiente possível, baseando-se fundamentalmente no conhecimento de *experts* e sendo ainda perfeitamente capaz de lidar com elementos intangíveis. Além disso, nada impede que os julgamentos dos especialistas no assunto sejam baseados em dados e análises quantitativas, mais que isso, é desejável o máximo de embasamento e coerência nas avaliações.

Para tornar o argumento um pouco mais concreto, pode-se pensar no exemplo da escolha do melhor automóvel na seção anterior. Os julgamentos relativos a critérios como “custo”, “segurança” e “capacidade” (física) poderiam ser baseados essencialmente em dados técnicos, enquanto o elemento “estilo” seria avaliado de modo mais subjetivo, pois por natureza é uma questão subjetiva. É um exemplo que ilustra bem como a análise quantitativa pode ter um papel importante dentro desse método. Assim, pode-se ver que não são análises absolutamente conflitantes e que o AHP pode desempenhar um papel importante em uma gama de problemas. Outro exemplo, que será mostrado no último capítulo desse trabalho, que trata da questão educacional, mostra que estudos quantitativos que buscam encontrar os determinantes de uma educação de qualidade, apresentam resultados muito divergentes e pouco esclarecedores, o que torna interessante uma análise via AHP. Independente de se encontrar resultados taxativos ou não, existe, no mínimo, espaço para uma contribuição sobre caminhos a serem seguidos por futuros estudos. A intuição, desde que baseada em sólido conhecimento, pode sim ter valor relevante em uma análise. Esse é o terceiro ponto a ser justificado: porque é possível afirmar que esse método, baseado em julgamentos basicamente idiossincráticos, apresenta resultados válidos?

A resposta dessa questão passa pela validação do AHP, que foi testado em diversas situações onde é possível comparar seus resultados com dados reais. Ao longo dos anos, foram realizados inúmeros testes com o intuito de comprovar a eficácia do método e os

resultados se mostraram excelentes. O método foi, por exemplo, capaz de determinar com alta precisão a distribuição do consumo entre diferentes tipos de bebidas no mercado americano e o *market share* de alguns mercados, entre outros¹. No decorrer do segundo capítulo, alguns dos resultados desses estudos de validação serão apresentados.

Visto isso, ainda podem-se destacar como aspectos positivos do AHP sua simplicidade de entendimento e aplicação e sua capacidade de absorver elementos intangíveis na análise. Tal simplicidade e praticidade, permitiu por exemplo seu uso na tomadas de medidas emergenciais de ajuda após a ocorrência de um terremoto na Turquia em 2001, como citado mais abaixo.

Por outro lado, cabe colocar também que deve-se estar sempre atento ao uso inadequado dessa simplicidade. Sua formulação é relativamente simples mas a estruturação do problema e julgamentos do AHP devem ter sempre como base pessoas altamente qualificadas no assunto em questão e precisam ser feitas de modo cuidadoso.

Para finalizar, nada melhor que mostrar, que independente de opiniões, o AHP vem sendo aplicado nas mais diversas situações. Uma gama de exemplos pode ser encontrados em Saaty (2008, pg. 95), dos quais apenas alguns estão listados abaixo:

- Na administração pública:
 - Pelo Estado da Carolina do Norte/EUA para o desenvolvimento de critérios de avaliação e seleção de sistemas de *vendors*.
 - Pela *Nuclear Regulatory Commission*/EUA para alocação de investimento em projetos de tecnologia da informação, envolvendo valores próximos a U\$100 mi.
 - Pela *Federal Financial Institutions Examination Council*/EUA, que é uma repartição governamental composta pelo *Federal Deposit Insurance Corporation*, *Federal Reserve Board* e pelo *Office of the Comptroller of Currency*, para priorização de objetivos em um comitê de atividades chamado *Call Data Report*, o qual foi possível realizar em apenas um dia.
- Em 2001, para a determinação da melhor forma de realocação da cidade de Adapazari, devastada por um terremoto.

¹ Em Saaty, R.(2004) é possível encontrar diversos exemplos.

- Em 1998, pela *British Airlines* para escolha de um sistema de *vendor* para toda sua frota de aviões.

- Pela *Xerox Corporation* na alocação de investimentos em pesquisa em um valor próximo a US\$ 1 bi.

- Foi aplicado no conflito sobre direito de propriedade intelectual entre EUA e China, o qual mostrou como melhor solução não sancionar a mesma e, posteriormente, que o país deveria ser admitido na Organização Mundial do Comércio.

1.3 – Aplicação do AHP

Nesta seção, será apresentada a aplicação do método passo a passo. Com o intuito de facilitar sua compreensão, será desenvolvido paralelamente um caso real de aplicação em um artigo, *Finding the most preferred alliance structure between banks and insurance companies* (Korhonen e Voutilainen 2005), no qual são estudados modelos de aliança entre bancos e seguradoras. A apresentação se dividirá em duas partes: construção da hierarquia e solução do problema hierárquico.

1.3.1 – Construindo a Hierarquia

Saaty define a estruturação de uma decisão complexa como sendo talvez a mais importante etapa para se atingir uma solução adequada. Esse é exatamente o papel da construção de hierarquias dentro do AHP. Construí-la significa organizar da melhor maneira possível os elementos que envolvem a resolução de um determinado problema. No caso, ela se traduz em identificar todos os elementos relevantes para enfrentar o problema, agrupá-los em conjuntos homogêneos e inseri-los em seus diversos níveis hierárquicos.

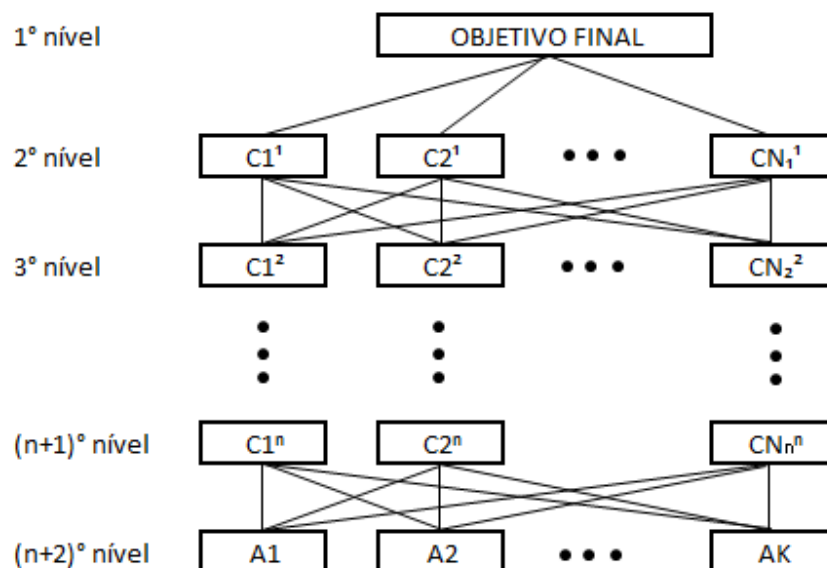
É possível distinguir diversos tipos de hierarquias, as mais simples são aquelas em que nenhum elemento possui um ramo de sub-critérios específicos (hierarquia completa), isto significa que seu ramo de sub-critérios é igual àqueles dos elementos de mesmo nível. Além disso, numa extensão do AHP, também existem formas de estruturas em redes, nas quais elementos apresentam dependência recíproca, não somente de cima para baixo. Esse é caso do *Analytic Network Process* também de Saaty, que não será objeto desse estudo.

O problema central da definição da hierarquia é a capacidade de entender o papel de cada critério no problema em questão, saber quais são aqueles que se relacionam diretamente ao objetivo final e aqueles que se relacionam a outros objetivos intermediários/critérios.

Não existe um método padrão para tal, Saaty(2008) lista um conjunto de 13 sugestões, as quais são aqui sintetizadas da seguinte forma:

- 1) Identificar o objetivo geral. O que se está buscando em última instância?
- 2) Identificar os objetivos intermediários para se alcançar o objetivo principal.
- 3) Identificar os critérios que devem ser satisfeitos para que se atinja cada objetivo intermediário.
- 4) Identificar a existência de sub-critérios que devem ser satisfeitos para que se atinja cada critério de nível mais elevado.
- 5) Identificar os agentes envolvidos e os agentes que seriam afetados pela decisão, assim como seus respectivos interesses/objetivos.
- 6) Identificar o conjunto de soluções possíveis.
- 7) Para decisões que especificamente resultam em um julgamento de sim ou não, pode ser útil construir uma análise para custos e benefícios, separadamente. Interando, ao final, ambos resultados para obtenção de uma solução geral.

Ilustração genérica de uma estrutura hierárquica completa, onde os “Cs” representam os critérios e os “As” as alternativas:



No topo da árvore de decisão encontra-se o objetivo final do problema. No nível abaixo (segundo) encontram-se em geral os objetivos intermediários. Abaixo dos mesmos, critérios para que sejam alcançados os objetivos intermediários. Inferior aos critérios, estão sub-critérios por sua vez, sucedidos por mais sub-critérios sucessivamente. Quanto mais perto da base da árvore, mais específica a questão de que se está tratando.

Não existe um limite máximo nem mínimo de níveis ou números de critérios, eles dependem das especificidades de cada decisão e também do conjunto de especialistas designados para resolver o problema, visto que essa construção é subjetiva. Entretanto, é de se esperar que o mesmo problema solucionado por grupos diferentes de *experts*, que muito provavelmente construirão árvores distintas, apresente resultados semelhantes.

Ainda, durante a solução do problema, depois de construídas as matrizes de comparação, podem-se adicionar ou excluir critérios. Depois de avaliado, um item pode ser excluído por se mostrar pouco significativo frente aos outros pertencentes ao seu nível, caso que é observado no exemplo que aqui será tratado.

Para o caso no qual exista dificuldade em comparar um elemento qualquer de um nível com elementos inferiores, em virtude de falta de homogeneidade por exemplo, é

possível atribuir sub-critérios específicos ao mesmo, segmentando o problema de forma a facilitar a avaliação. Estruturas que contenham ao menos um desses sub-critérios específicos são chamadas de incompletas, caso contrário, são consideradas completas. Um exemplo de incompleta é a presente na figura do início deste capítulo.

Uma vez exposto o processo de construção da hierarquia, se passará ao exemplo baseado no artigo de Korhonen e Voutilainen. Nele é afrontado o problema de definir qual o melhor modelo de aliança possível entre instituições bancárias e seguradoras. Para tal, é utilizado o método de AHP com a ajuda de oito altos executivos de bancos e companhias de seguro finlandesas na condição de especialistas no assunto.

Primeiramente, é definido o conjunto de alternativas relevantes, nesse caso pelos autores também na condição de especialistas no assunto, com o apoio dos executivos, com quem realizaram entrevistas individuais nessa primeira fase. São listados seis modelos de aliança:

- 1) *Cross-selling agreement* – As partes acordam em vender os produtos da outra para seus clientes.
 - 1.1) Sem sobreposição de serviços (CSA1)
 - 1.2) Com sobreposição de serviços (CSA2)
- 2) *Alliance of independent partners* – Uma empresa possui participação acionária na outra.
 - 2.1) Sem sobreposição de serviços (AIP1)
 - 2.2) Com sobreposição de serviços (AIP2)
- 3) *Control by ownership* – Uma empresa controla a outra
 - 3.1) Quando um banco controla a seguradora, em vice-versa (CBO1)
 - 3.2) Quando uma holding controla um ou mais bancos e seguradoras (FC)

Isto feito, deve-se enfrentar o problema da definição de critérios e objetivos. Aqui, tal problema é enfrentado a luz das idéias de Keeney e Raiffa (1976, pg.50), que apresentam as seguintes propriedades como desejáveis aos critérios:

- Completude. Devem cobrir todos os aspectos relevantes do problema.
- Utilidade operacional. Devem poder ser usados de forma significativa na análise.
- Ser decomponível. Todos os aspectos do processo de avaliação devem poder ser divididos em partes.
- Não redundância. Não devem possuir interseção, de modo a evitar dupla contagem.
- Minimalista. Devem ser os mais concisos possíveis.

Ainda com o apoio dos *experts*, são definidos os critérios listados abaixo, todos pertencentes a um mesmo nível hierárquico. Nesse caso, não foram utilizados objetivos intermediários nem sub-critérios. O objetivo geral do problema é colocado como a maximização de valor para o acionista (é assumido ainda que não existem conflitos de interesse entre acionistas e *managers*).

Critérios:

C1) *Product development*. Capacidade de desenvolvimento de novos produtos, especialmente híbridos.

C2) *One-door-principle*. Capacidade de oferecer ao consumidor o maior número de produtos possíveis em uma mesma ocasião.

C3) *Earnings logics*. Capacidade de encontrar uma política de ganho adequada, evitando conflitos entre os parceiros.

C4) *Customer relationship management*. Capacidade de manter uma política que possibilite oferecer ao consumidor soluções adequadas às suas especificidades.

C5) *Cost and revenue synergies*. Capacidade de obter ganhos de escala.

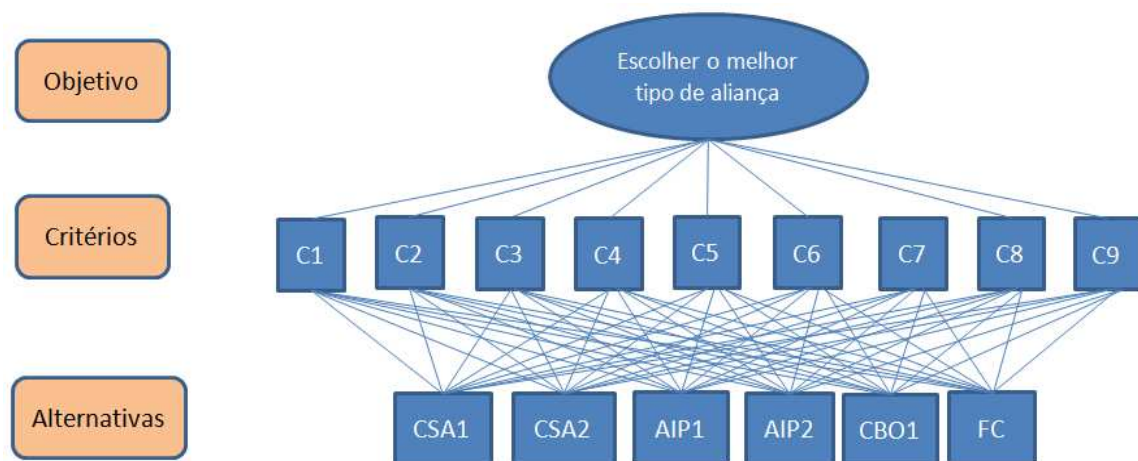
C6) *Channel conflicts*. Capacidade de minimizar conflitos derivados da competição pelo mesmo consumidor.

C7) *Solvency capital*. Capacidade de contribuir com a solvência da instituição.

C8) *Investor power*. Capacidade de investimentos.

C9) *Sales management*. Capacidade de gerir as vendas.

Assim, a estrutura hierárquica definida é composta em três níveis hierárquicos, que são ilustrados na figura abaixo:



1.3.2 - Solucionando o problema hierárquico

Após construir a hierarquia, é necessário resolvê-la. Para tal, devem-se formar matrizes de confronto, através das quais é determinado o valor de cada elemento de um nível hierárquico com respeito a um determinado critério, de nível imediatamente superior. Cada elemento da árvore de decisão, exceto as alternativas, corresponde a uma dessas matrizes, nas quais atuam como o critério a ser avaliado pelas mesmas.

- As matrizes de confronto

As matrizes de confronto contêm o resultado da comparação de um conjunto de itens com respeito a um dado critério, nelas é possível encontrar valores que indicam o quanto cada item é predominante em relação a qualquer outro. Elas apresentam o seguinte formato:

C_1	A_1	A_2	\cdot	A_n		A_1	A_2	\cdot	A_n	
A_1	a_{11}	a_{12}	\cdot	a_{1n}		A_1	w_1/w_1	w_1/w_2	\cdot	w_1/w_n
A_2	a_{21}	a_{22}	\cdot	a_{2n}		A_2	w_2/w_1	w_2/w_2	\cdot	w_2/w_n
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot		\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
A_n	a_{n1}	a_{n2}	\cdot	a_{nn}	onde: $a_{ij} = w_i / w_j$, formando:	A_n	w_n/w_1	w_n/w_2	\cdot	w_n/w_n

A_1, \dots, A_n representam cada elemento a ser comparado, w_i representa o peso de cada elemento sob avaliação e a_{ij} o resultado da comparação de dois deles. Ela é construída de forma que cada item seja uma razão desses pesos. O motivo disso será discutido mais a frente no segundo capítulo. Por enquanto, é importante ter em mente que cada elemento a_{ij} equivale por definição à razão w_i/w_j . Dessa forma, o elemento a_{ij} representa o quanto o elemento i é predominante com respeito ao elemento j . Uma consequência intuitiva e quase direta é a condição que:

$$a_{ji} = 1/a_{ij} \quad i, j = 1, \dots, n$$

Tal característica é chamada **condição de reciprocidade**, a qual deve ser respeitada quando os especialistas determinarem os a_{ij} , o que na prática faz com que os mesmos avaliem somente os elementos que constam acima da diagonal principal. Note que é uma condição imposta quando constroem-se essas matrizes.

O próximo passo é desenvolvido em cima de uma hipótese que depois será relaxada. Assume-se que essa matriz respeita a **condição de consistência**. Tal condição requer que seja válida a seguinte igualdade, que pode ser lida como uma forma de transitividade das preferências, em um sentido cardinalista:

Isso é uma implicação direta do fato que $a_{ij} = w_i / w_j$. Será relaxada posteriormente porque, visto que ela construída por julgamento humanos, ambíguos, nem sempre a igualdade será verdadeira. Entretanto, é de se espera que os valores estejam próximos dela.

Assim sendo, o problema a ser afrontado é encontrar os valores de w_i a partir da matriz de confronto. Isso é feito multiplicando-se a matriz por um vetor coluna $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, o que resulta no produto de um escalar n , ordem da matriz, pelo próprio vetor w :

$$A = \begin{array}{c|cccc} & A_1 & A_2 & \cdot \cdot \cdot & A_n \\ \hline A_1 & w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdot \cdot \cdot & w_1/w_n \\ A_2 & w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdot \cdot \cdot & w_2/w_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ A_n & w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdot \cdot \cdot & w_n/w_n \end{array} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \vdots \\ \cdot \\ w_n \end{pmatrix} = n \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \vdots \\ \cdot \\ w_n \end{pmatrix}$$

Isso feito, se obtém um problema que nada mais é que um problema de autovalor, no qual “ n ” é autovalor da matriz A . Devido ao fato que cada linha de A pode ser escrita como produto escalar de qualquer outra, pode-se dizer que o problema apresenta somente uma solução não nula, “ n ” no caso. Dessa forma, todos os outros autovalores valem zero.

Destarte, no caso de uma matriz A consistente, basta resolver o problema de autovalor para “ n ” de forma a encontrar seu respectivo autovetor. Por convenção, esse autovetor é sempre normalizado de modo que $w_1 + w_2 + \dots + w_n$ seja igual a 1. Deste modo é possível encontrar uma escala que mede o valor de cada item avaliado com respeito ao critério em questão na matriz de confronto. Note que nesse caso ideal, em que a condição de consistência é absolutamente respeitada, o problema é tautológico, tem solução trivial.

Entretanto, essa matriz não respeita essa condição na absoluta maioria dos casos, mas está próximo de tal igualdade: $a_{ij} = (w_i/w_j) \cdot e_{ij}$, onde “ e ” é um termo que representa um desvio da condição de consistência. Nesse caso, o problema do autovalor será resolvido da mesma forma, mas agora utilizando o λ_{\max} . Por isso, mais a frente será mostrado que pequenos distúrbios na condição de consistência não comprometem os resultados obtidos. Para que seja avaliado o nível de consistência da matriz, Saaty propõe o uso de um índice, que também será discutido em detalhes adiante. O importante nesse momento é saber que

no caso em que se encontre alta inconsistência, a matriz de confronto deverá ser reavaliada e construída novamente, de modo a não comprometer os resultados.

- A Escala

Durante o preenchimento da matriz, ao avaliar a predominância de cada item i com respeito a j , é necessário utilizar uma escala de comparação. Saaty propõe o uso de uma escala denominada por ele como Escala Fundamental:

Escala Fundamental

Descrição verbal e sua correspondência numérica

Valor	Descrição	Significado
1	Importância idêntica	Os dois elementos contribuem igualmente para o objetivo
3	Mais importante moderadamente	Julgamento levemente dominante em relação ao outro elemento
5	Fortemente mais importante	Fortemente dominante em relação ao outro elemento
7	Demonstradamente mais importante	Muito fortemente dominante em relação ao outro elemento
9	Extremamente mais importante	Dominância demonstrada na prática
2,4,6,8	Valores intermediários	Dominância no mais elevado grau possível
		Valores intermediários

É interessante notar que os julgamentos são, em princípio, realizados de forma verbal e, posteriormente, traduzidos em números. Isso torna mais fácil a comparação de elementos intangíveis, visto que no mundo real quando fazemos julgamentos, empregamos normalmente formas verbais ao invés de números.

Voltando ao exemplo, as matrizes de confronto são construídas pelos especialistas, que trabalham agora todos juntos em uma reunião. Eles são agora um subgrupo daqueles que contribuíram para a formação da hierarquia. Antes de que iniciem-se as avaliações, lhes é apresentada uma breve introdução ao método, o qual não conheciam. Depois disso, é realizado um debate preliminar sobre a semântica da escala de padrão, de forma que se garanta uma percepção comum com relação a mesma.

Feito isso, iniciam-se as avaliações que construirão as matrizes de confronto, para tal é utilizado o método de consenso. Isto é, os julgamentos finais não são nenhum tipo de média de opiniões, mas resultado de consenso. Entretanto, é possível também trabalhar de outras formas, usando maioria ou média aritmética como critério, por exemplo.

Os resultados encontrados são:

Critério	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
C1 Product Development	1	1/3	1/7	1/6	1/8	1/7	1/7	3	1/6
C2 One-door-principle	3	1	1/5	1/7	1/8	1/5	1/5	5	1/5
C3 Earnings logics	7	5	1	2	1/5	4	3	9	4
C4 Customer relationship management	6	7	1/2	1	1/7	1/3	1/4	8	1
C5 Cost and revenue synergies	8	8	5	7	1	5	7	9	6
C6 Channel conflicts	7	5	1/4	3	1/5	1	2	9	3
C7 Solvency capital	7	5	1/3	4	1/7	1/2	1	9	1/3
C8 Investor power	1/3	1/5	1/9	1/8	1/9	1/9	1/9	1	1/9
C9 Sales magement	6	5	1/4	1	1/6	1/3	3	9	1

Nessa matriz, são avaliados os critério de 1 a 9 com respeito ao objetivo final. Da onde, via o método de autovalor, extrai-se o autovetor w , o qual é normalizado. Esse vetor, derivado do conjunto de comparações contidos na matriz, indica a relevância de cada critério para que se alcance o objetivo final.

$$w = (0.018, 0.028, 0.180, 0.073, 0.384, 0.122, 0.092, 0.012, 0.090)$$

O índice de consistência da matriz foi analisado e considerado aceitável, o que permite seguir adiante no processo. Como foi visto que o peso do critérios C1 e C8 eram muito baixos, eles foram considerados irrelevantes para a análise e retirados. Para que fosse obtido um novo vetor w , normalizou-se a soma dos demais critérios para 1, obtendo:

$$w = (0.029, 0.186, 0.075, 0.396, 0.126, 0.095, 0.093)$$

O mesmo processo é repetido para avaliar as alternativas de 1 a 6 com respeito a cada um dos sete critérios remanescentes, obtendo-se 7 vetores w :

Critério 2	CBO1	FC	AIP1	AIP2	CSA1	CSA2
CBO1	1	1	3	7	4	8
FC	1	1	3	7	4	8
AIP1	1/3	1/3	1	5	3	6
AIP2	1/7	1/7	1/5	1	1/3	3
CSA1	1/4	1/4	1/3	3	1	3
CSA2	1/8	1/8	1/6	1/3	1/3	1

$w_2 = (0.334, 0.334, 0.170, 0.047, 0.086, 0.030)$, Índice de Consistência (IC) = 0.042

Critério 3	CBO1	FC	AIP1	AIP2	CSA1	CSA2
CBO1	1	0,2	5	7	6	8
FC	5	1	7	9	8	9
AIP1	1/5	1/7	1	3	3	5
AIP2	1/7	1/9	1/3	1	1/3	2
CSA1	1/6	1/8	1/3	3	1	3
CSA2	1/8	1/9	1/5	1/2	1/3	1

$w_3 = (0.251, 0.531, 0.097, 0.036, 0.059, 0.026)$, IC = 0.093

Critério 4	CBO1	FC	AIP1	AIP2	CSA1	CSA2
CBO1	1	1	6	6	7	7
FC	1	1	6	6	7	7
AIP1	1/6	1/6	1	1	3	3
AIP2	1/6	1/6	1	1	3	3
CSA1	1/7	1/7	1/3	1/3	1	1
CSA2	1/7	1/7	1/3	1/3	1	1

$w_4 = (0.375, 0.375, 0.086, 0.086, 0.039, 0.039)$, IC = 0.032

Critério 5	CBO1	FC	AIP1	AIP2	CSA1	CSA2
CBO1	1	0,5	6	8	7	9
FC	2	1	7	9	8	9
AIP1	1/6	1/7	1	3	2	4
AIP2	1/8	1/9	1/3	1	2	4
CSA1	1/7	1/8	1/2	0,5	1	3
CSA2	1/9	1/9	1/4	1/4	1/3	1

$w_5 = (0.331, 0.448, 0.091, 0.059, 0.047, 0.026)$, IC = 0.068

Critério 6	CBO1	FC	AIP1	AIP2	CSA1	CSA2
CBO1	1	1	1	7	1	9
FC	1	1	1	7	1	9
AIP1	1	1	1	7	1	9
AIP2	1/7	1/7	1/7	1	1/7	2
CSA1	1	1	1	7	1	9
CSA2	1/9	1/9	1/9	1/2	1/9	1

$w_6 = (0.235, 0.235, 0.235, 0.036, 0.235, 0.024)$, IC = 0.004

Critério 7	CBO1	FC	AIP1	AIP2	CSA1	CSA2
CBO1	1	1/3	6	6	8	8
FC	3	1	7	7	9	9
AIP1	1/6	1/7	1	1	3	3
AIP2	1/6	1/7	1	1	3	3
CSA1	1/8	1/9	1/3	1/3	1	1
CSA2	1/8	1/9	1/3	1/3	1	1

$w_7 = (0.301, 0.483, 0.075, 0.075, 0.033, 0.033)$, IC = 0.042

Critério 9	CBO1	FC	AIP1	AIP2	CSA1	CSA2
CBO1	1	1/3	5	7	6	8
FC	3	1	6	8	7	9
AIP1	1/5	1/6	1	4	2	5
AIP2	1/7	1/8	1/4	1	1/3	2
CSA1	1/6	1/7	1/2	3	1	3
CSA2	1/8	1/9	1/5	1/2	1/3	1

$w_9 = (0.292, 0.470, 0.105, 0.038, 0.068, 0.028)$, IC = 0.064

Visto que todos eles apresentam um nível de consistência adequado, nenhum tipo de reavaliação é necessário e pode-se seguir adiante. Os resultados dessas avaliações das alternativas com respeito a cada critério são agregados em uma matriz composta pelos vetores de pesos (w_i , transpostos) derivados acima:

Vetores de peso do 3º Nível	Critérios						
Alternativas	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W9
CBO1	0,334	0,251	0,375	0,331	0,235	0,301	0,292
FC	0,334	0,531	0,375	0,448	0,235	0,483	0,470
AIP1	0,170	0,097	0,086	0,091	0,235	0,075	0,105
AIP2	0,047	0,036	0,086	0,059	0,036	0,075	0,038
CSA1	0,086	0,059	0,039	0,047	0,235	0,033	0,068
CSA2	0,030	0,026	0,039	0,026	0,024	0,033	0,028

Anteriormente, em um nível acima, na página 19, foi derivado o peso de cada critério com respeito ao objetivo final (encontrar a melhor forma de aliança):

Vetor de peso do 2º Nível	Melhor Aliança
Critérios	W
C2	0,029
C3	0,186
C4	0,075
C5	0,396
C6	0,126
C7	0,095
C9	0,093

Para se encontrar o resultados final, isto é, o peso de cada alternativa com respeito ao objetivo final, multiplica-se a matriz de pesos do 3º Nível pela do 2º Nível. Isso nada mais é que agregar de forma ponderada os resultados. Por exemplo, o peso final da alternativa CBO1 será resultado da soma dos produtos de seus pesos (com respeito a cada critério) pelo peso de cada um desses critérios (com respeito ao objetivo final). Note que, a primeira matriz é uma 6x7 e a segunda uma 7x1, sendo assim multiplicáveis, gerando uma matriz 6x1, a qual contém o valor de cada alternativa com relação ao objetivo final:

Agregação Final	
Prioridade dos critérios	Objetivo Final
CBO1	0,301
FC	0,433
AIP1	0,112
AIP2	0,053
CSA1	0,074
CSA2	0,028

A conclusão obtida é que a alternativa FC é a preferida, pois possui maior peso. No artigo base desse exemplo, ainda é feita uma segunda reunião com os especialistas, na qual o modelo é reavaliado e são adicionados e retirados critérios. Entretanto, dado que o objetivo dessa apresentação é somente exemplificar o funcionamento do AHP, não será aqui discutida essa segunda etapa, a qual pode ser vista em detalhes no artigo completo de Korhonen Voutilainen.

CAPÍTULO II: APROFUNDAMENTO E CRÍTICAS AO MÉTODO

Após a introdução do método e sua forma de aplicação, este capítulo tem por objetivo analisar de modo mais aprofundado alguns tópicos específicos e expor as críticas mais comuns ao AHP.

II.1 – O Recurso do Autovalor

O recurso do autovalor é defendido por Saaty como a forma natural de se extrair o vetor de preferências a partir de uma matriz de confronto. De fato, como visto anteriormente, ele permite encontrar os elementos do vetor W presentes implicitamente na matriz de confronto por construção. Deste modo, tendo em vista que a matriz de confronto é definida por elementos que contém a razão dos valores absolutos de cada elemento, (w_i/w_j) , qualquer outra solução que não o recurso do autovalor, é arbitrária e desnecessária. Qualquer outro método, só faz sentido, se a estrutura da matriz de confronto for alterada. Ainda assim, é possível encontrar na literatura, alternativas ao recurso do autovalor, sempre rejeitadas por Saaty sob o argumento aqui exposto.

De todo modo, é importante fazer algumas considerações com respeito a este procedimento para o caso em que a matriz de confronto não atenda plenamente à condição de consistência, o que na prática, ainda que esteja próximo dela, acontece quase sempre. Como visto anteriormente, isso se traduz no seguinte formato para a matriz, onde e_{ij} representa um desvio qualquer do valor teórico (w_i / w_j) :

$$a_{ij} = (w_i / w_j) \cdot e_{ij}$$

Não obstante, a validade do recurso do autovalor se mantém, visto que os erros devem ser pequenos, o que é garantido através da análise da consistência da matriz, discutida mais a frente. É possível provar que o método de autovalor preserva a ordem das preferências no caso em que a condição de consistência não é plenamente atendida, tendo como hipótese apenas que as preferências são transitivas em um sentido ordinal.

- Teorema da preservação da consistência ordinal

Se (o_1, o_2, \dots, o_n) é uma escala de preferência ordinal das alternativas A_1, A_2, \dots, A_n , onde $o_i \geq o_k$ implica $a_{ij} \geq a_{kj}$ para todo j (transitividade ordinal), então $o_i \geq o_j$ implica $w_i \geq w_k$.

Demonstração:

A partir da igualdade $Aw = \lambda_{\max} w$ temos:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j = \lambda_{\max} w_i \quad \text{e} \quad \sum_{j=1}^n a_{kj} w_j = \lambda_{\max} w_k$$

Se $o_i \geq o_j$ garante $a_{ij} \geq a_{kj}$ para todo j , então:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j \geq \sum_{j=1}^n a_{kj} w_j \quad \text{e} \quad \lambda_{\max} w_i \geq \lambda_{\max} w_k$$

Então:

$$w_i \geq w_j$$

Para os casos em que a matriz de confronto não seja coerente no sentido ordinal de preferências, se parte para o conceito de dominância, pois não existe uma ordem explícita de preferências com respeito às alternativas. Isto é, no caso em que seja possível encontrar um $a_{ij} \geq a_{kj}$ ao mesmo tempo em que se encontra $a_{im} < a_{km}$. Esse caso é discutido em Saaty 1990 (pg. 5-12), no qual pode ser visto em detalhes. A idéia da discussão ali apresentada é mostrar que, mesmo que inconsistente, certas propriedades da matriz de confronto consistente são preservadas desde que a inconsistência seja pequena, garantindo a derivação de uma escala adequada.

II.2 – A Escala

A comparação é uma questão central para o AHP. Em diversos de seus artigos, Saaty argumenta que comparar é tanto uma necessidade como uma habilidade do ser humano, o qual não só necessita comparar elementos tangíveis, que em geral possuem uma

escala comum (medidas de peso, comprimento, força, de valor monetário, etc), mas também intangíveis. Dada essa capacidade humana, o AHP não opera de forma que o analista atribua um valor absoluto/direto aos elementos (na formação do vetor de pesos, w), mas fazendo diversas comparações entre os elementos para que se derive uma escala (w). Isto é, em vez de atribuir um peso direto a cada um dos itens, estes são comparados dois a dois (todos contra todos) e, em seguida, revela-se o valor implícito de cada um deles, através do vetor w .

A partir disso, surge a necessidade de uma escala para que sejam feitos os confrontos entre as alternativas. Ela é central para o método porque é através dela que os julgamentos se traduzem em pesos. Visto que o baseia-se em uma avaliação de caráter cardinal, essa é uma questão muito importante. Isto é, a forma que a escala traduz em número cada julgamento (“moderadamente predominante”, “fortemente predominante”, etc) é altamente relevante para a análise. Além disso, escalas diferentes podem implicar em resultados muito diferentes na agregação dos vetores w , encontrados em cada matriz de comparação.

Como visto anteriormente, Saaty define uma escala, a qual chama de fundamental, que é composta de número inteiros que vão de 1 a 9. Ela não engloba o valor zero porque assume que elementos com esse valor são aqueles não incluídos no problema hierárquico por serem irrelevantes.

Já a explicação para o fato de a escala não ser contínua, baseia-se em um estudo originalmente desenvolvido pelo físico e psicólogo Ernst Weber e, posteriormente, formalizado pelo psicólogo Gustav Fechner. Tal estudo mostra que uma pessoa só é capaz de distinguir dois estímulos de diferentes intensidades, quando estes apresentam uma diferença mínima. Isto é, o ser humano não consegue distinguir estímulos de intensidade muito similar. Um exemplo encontrado no estudo de Weber mostra que uma pessoa consegue diferenciar dois pesos de 20g e 21g, mas não dois de 20g e 20,5g.

Tomando essa idéia e desenvolvendo-a com uma função de resposta a estímulos em forma logarítmica, Saaty desenvolve sua escala fundamental de forma não contínua. Ele também argumenta que os números inteiros de 1 a 9 parecem ser intrínsecos à habilidade

humana de fazer comparações². De fato são os números mais presentes no dia a dia e mais “naturais” que números fracionários.

Em um viés menos matemático, pessoas tendem a classificar atributos como alto, médio e baixo muito freqüentemente. Pensando em um segundo nível com o mesmo formato, ele chega à classificação (alto/médio/baixo, alto/médio/baixo), que se adéqua perfeitamente a sua escala de 9 graus de intensidade.

Um ponto menos intuitivo e mais científico que corrobora com a existência de nove diferentes graus na escala fundamental, baseia-se no trabalho do psicólogo George Miller denominado “*The Maginal number seven plus or minus two*”, publicado em 1956. Seu estudo aponta que sete mais ou menos dois é o número máximo de itens/objetos com que uma pessoa consegue lidar ao mesmo tempo para desenvolver um raciocínio. Assim escalas contendo mais de nove graus são indesejáveis, pois potencializam a inconsistência nos julgamentos.

Nos casos em que a escala de 1 a 9 se mostre inadequada por se estar trabalhando com elementos muito distintos, que demandam um número máximo maior por exemplo, deve-se fragmentar a hierarquia de modo que se façam comparações mais homogêneas. Isto se deve ao fato que avaliar elementos muitos distintos implica em perda de precisão. Por exemplo, é mais fácil dizer intuitivamente quantas vezes uma garrafa pet é maior que uma lata de refrigerante, do que o número de vezes que um avião é maior que a última.

Outra questão importante é que as avaliações são baseadas em julgamentos verbais, que através da escala são traduzidos em número. Isso se justifica porque formas verbais são mais intuitivas e amigáveis.

Ainda que a escala fundamental seja aquela da formulação original do AHP e aquela defendida como mais adequada por Saaty, outras diversas escalas foram desenvolvidas por outros autores. Além disso, existe um conjunto de críticas a ela, das quais destacamos algumas, citadas no trabalho de Ishizaka e Labib (2009).

O fato de ser derivada de julgamentos verbais é criticada pela ambigüidade encontrada na língua inglesa (Donegam, Dodd e outros, 1992). A ausência de zero também

² Para mais detalhes, ver Saaty (2008, pag. 257), *Relative Measurement and Its Generalization in Decision Making. Why pairwise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors. The Analytic Hierarchy/Network Process*, RACSAM, Vol. 102, pg. 251-318, Spain.

é alvo de críticas (Dood e Donegam, 1995), ainda que Saaty argumente que elementos de valor zero não participam do problema decisório, como já exposto acima.

Harker e Vargas (1987) analisam escalas em forma quadráticas e de raiz quadrada mas, ao final, concluem em favor da escala fundamental de Saaty. Salo e Hamalainen (1997) colocam que valores inteiros de 1 a 9 podem não ser adequados para comparar elementos de características muito similares, propondo uma escala de 0,1 a 0,9 com intervalos de 0,1 para estes casos. Donegam e outros (1992) apontam que nos casos em que o decisor define um a_{ij} como 3 e um a_{jk} como 4, ele é condenado a ser inconsistente, pois não existe valor 12 na escala para preencher a_{ik} de forma consistente. O artigo propõe uma escala assintótica para solucionar o problema.

Na tabela abaixo encontram-se escalas alternativas:

Tipos de Escala	Valores								
Linear (Saaty 1977)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Exponencial (Harker e Vargas 1987)	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Geométrica (Lootsma 1989)	1	2	4	8	16	32	64	128	256
Logarítmica (Ishizaka, Balkenborg e outros 2006)	1	1,58	2	2,32	2,58	2,81	3	3,17	3,32
Raiz quadrada (Harker e Vargas 1987)	1	1,41	1,73	2	2,23	2,45	2,65	2,83	3
Asintótica (Dodd e Donegan 1995)	0	0,12	0,24	0,36	0,46	0,55	0,63	0,7	0,76
Linear inversa (Ma e Zheng 1991)	1	1,13	1,29	1,5	1,8	2,25	3	4,5	9
Balanciada (Salo e Hamalainen 1997)	1	1,22	1,5	1,86	2,33	3	4	5,67	9

Depois de expostas as razões que embasam a construção da escala fundamental, é ainda preciso validá-la através de testes práticos em que seja possível comparar resultados do método com dados reais. Primeiro, porque toda teoria deve ser testada tanto quanto possível, depois, porque ainda que embasada em argumentos consistentes, ela possui um grau significativo de arbitrariedade. Assim sendo, nesse capítulo serão apresentados alguns exemplos de validação da escala, dentre os vários realizados por Saaty e também outros autores. Mas antes, se tratará da questão da consistência.

II.3 – A Questão da Consistência

Como já colocado anteriormente, a construção de matrizes de confronto consistentes é extremamente importante para que o método apresente resultados significativos e, por isso, merece ser estudado mais profundamente.

Partindo mais uma vez do fato que o AHP se apóia na capacidade de comparação do ser humano, é preciso considerar que ele não funciona como uma máquina, não é cem por cento preciso, sendo as vezes ambíguo. E, por isso, seus julgamentos são passíveis de averiguação, necessitam ser validados. Ainda que seja esperado que avaliações realizadas por pessoas capacitadas em um determinado assunto apresentem um alto grau de coerência, traduzida em grau de consistência no método.

Tal ambigüidade inerente ao julgamento humano é a razão pela qual são realizadas comparações redundantes. Note que para um conjunto de n elementos, seria suficiente fazer apenas $(n-1)$ comparações para que fosse possível derivar um valor relativo para cada um deles, enquanto nas matrizes de confronto são realizadas $n(n-1)/2$ (que são os elementos acima da diagonal principal), ou seja, todos elementos são confrontados com todos valendo-se da condição de reciprocidade. É através dessas comparações redundantes que o julgamento é validado, obtendo-se uma escala de maior qualidade, principalmente quando se está tratando de intangíveis. Essa validação se dá através da avaliação da consistência, que não poderia ser avaliada com $(n-1)$ comparações, nem com julgamentos que construíssem de forma direta o vetor w .

A consistência do método refere-se a capacidade dos agentes expressarem valorações coerentes no sentido da transitividade: se a opção A é avaliada como k_1 vezes mais importante que a opção B e k_2 vezes mais importante que a opção C, e se a opção B foi considerada k_3 vezes mais importante que a opção C, em que medida esta última proporção k_3 estará próxima de k_1k_2 ?

Deste modo, encontrar um método para que se avalie sistematicamente a consistência de cada matriz de confronto é fundamental. Para tal, Saaty desenvolve um método *baseado na comparação do autovalor máximo da matriz com o valor de sua ordem, n , o qual é o autovalor máximo no caso de uma matriz que atenda à condição de consistência.*

Para uma matriz teórica $A = [a_{ij}] = [(w_i/w_j)]$ quadrada de ordem n , a consistência será plena, pois $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}$ para todas as opções i e j . O único autovalor não nulo desta matriz será n . Assim sendo, considerando-se a matriz das valorações reais $A^* = [a^*_{ij}]$, verificando a regra da reciprocidade $a^*_{ij} \cdot a^*_{ji} = 1$ e $a^*_{ii} = 1$, esta matriz, dita também “matriz de confronto”, não atenderá necessariamente o princípio da transitividade (condição de consistência) $a^*_{ij} \cdot a^*_{jk} = a^*_{ik}$ de maneira plena. Todavia, quanto mais próximo de n for o autovalor máximo de A^* , mais próxima de zero será a soma dos outros $(n-1)$ autovalores, visto que a soma dos autovalores é n , traço da matriz. Deste modo, mais consistentes deverão ser as valorações representadas pela matriz A^* . Além disso, é possível mostrar que, para matrizes do tipo A^* , seu autovalor máximo será maior do que n , isto é, $\lambda_{\max} \geq n$, havendo igualdade se, e somente se, a condição de consistência for plenamente atendida. A partir disso é derivada a seguinte medida de consistência:

$$\mu \equiv \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

Esse termo indica a média dos desvio dos autovalores não-máximos de zero, sendo assim uma medida da consistência da matriz. Quanto mais próximo de zero melhor, pois, quanto mais consistente é a matriz, mais próximo ela está da matriz teórica, o que significa que mais perto de n está λ_{\max} e, por sua vez, mais perto de zero a soma dos outros autovalores, o que culmina em um índice próximo a zero.

Construída essa medida, capaz de ordenar graus de consistência das matrizes, é preciso desenvolver uma forma de se avaliar quando esse índice indica alta ou baixa inconsistência. Isto é, encontrar uma ordem de significância para esses valores, pois sozinhos, valem apenas como uma medida ordinal.

Com esse intuito, para cada ordem, são construídas 50.000 matrizes de confronto com números aleatórios, utilizando-se itens da escala fundamental, de 1 a 9, respeitando-se somente o critério de reciprocidade. Então, para cada ordem, é calculado o μ médio das matrizes formadas. Assim, encontra-se para cada ordem um valor médio para μ quando a matriz é constituída aleatoriamente.

Por exemplo:

Seja

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 1/a & 1 & c \\ 1/b & 1/c & 1 \end{pmatrix}$$

Escolham-se aleatoriamente valores para a , b e c dentro do conjunto $(1/9, 1/8, \dots, 1, 2, \dots, 8, 9)$ e calcule-se o respectivo μ dessa matriz. Repita o processo 50.000 vezes e calcule a média desses μ s em seguida.

Repetindo o processo para as demais ordens, derivam-se os valores médios de μ conforme na tabela abaixo:

Índice Aleatório															
Ordem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Índice médio (μ)	0	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,4	1,45	1,49	1,52	1,54	1,56	1,58	1,59

Dada essa medida média de inconsistência para matrizes constituídas de forma aleatória, pode-se avaliar a consistência de uma matriz de confronto comparando seu μ com o μ médio da sua respectiva ordem. O indicador de consistência (IC) de Saaty é a razão entre esses dois índices, o μ da matriz em questão dividido pelo μ médio da matriz aleatória de mesma ordem. A idéia é comparar a consistência encontrada na matriz de confronto (o μ dessa matriz), construída por julgamentos coerentes, com a encontrada em matrizes puramente aleatórias (o μ médio dessas matrizes). Isto é, o quanto mais consistente é o julgamento feito na matriz de comparação em relação a matrizes constituídas de forma aleatória (atendendo somente à condição de reciprocidade). Assim:

$$IC = \frac{\mu \text{ da matriz de comparação}}{\mu \text{ médio da respectiva ordem}}$$

Saaty considera que um valor menor que 10% indica uma consistência adequada dos julgamentos, entre 10% e 20%, aceitável e maior que 20%, inconsistente. Nesse último caso, a matriz deverá ser reavaliada.

O valor de 10% é defendido pelo autor amparado na idéia de que quando se tem um valor que varia entre 1 e 10 e deseja-se determinar a variação mínima capaz de mudá-lo de forma significativa, esse delta mínimo é um inteiro, pois ele altera a magnitude e a

identidade do número original. Argumenta ainda que caso fosse utilizado um corte de 1% ou 0,1% se estaria negligenciando a existência de inconsistência, as avaliações seriam forçadamente praticamente 100% consistentes. O que não é desejável, pois segundo ele, inconsistência é importante ao desenvolvimento do conhecimento, sem espaço para ela, não é possível absorver novo conhecimento, que é derivado de experiências que contradizem o conhecimento prévio.

Contudo, ainda assim, a escolha de 10% como linha de corte é arbitrária e pode ser questionada. Porém, é uma escolha que deve ser feita. A maior parte da literatura que aplica o AHP utiliza esse corte proposto por Saaty.

Constituído um método para avaliar a consistência, quando a mesma não é adequada, o que se deve fazer é reavaliar junto aos especialistas a matriz de confronto. Para organizar o processo de reavaliação, propõe-se que sejam encontrados os julgamentos de maior inconsistência (utilizando-se $e_{ij} = a_{ij} \cdot w_j / w_i$ pode-se obter e_{ij}) e que inicie-se uma reavaliação a partir deles. Também é interessante calcular que direção de reavaliação (incrementando-os ou reduzindo-os), item a item, torna a matriz mais consistente.

II.4 – Validação

Finalmente passando a questão da validação do método, serão mostrados alguns exemplos de uso do AHP para estimar valores que podem ser comparados com dados reais³. O intuito desses testes é validar o método e, mais especificamente, a escala fundamental proposta por Saaty. Na literatura, é possível encontrar diversos deles.

- Caso 1: consumo de bebidas nos Estados Unidos

Esse teste, já citado no primeiro capítulo, foi realizado por Saaty, que o menciona em diversos artigos, entre eles, Saaty (2008, pg.86). Reunindo um grupo de 30 americanos, deseja-se que avaliem, utilizando o AHP, o consumo relativo de 7 tipos de bebidas nos

³ Mais exemplos podem ser encontrados em:

- Saaty, R. W. (2004), *Validation Examples for the AHP and the ANP*, MCDM, Whistler, B.C. Canada
 - Saaty, T. L. (2008), *Relative Measurement and Its Generalization in Decision Making. Why Pairwise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangibles Factors. The AHP/ANP*, RACSAM, Vol.102, pg. 251-318.

EUA: café, vinho, chá, cerveja, soda, leite e água. Pede-se que através de consenso componham uma matriz de confronto para comparar as bebidas relativamente a sua dominância no mercado. Cada elemento da matriz deve responder a seguinte pergunta com base na escala fundamental: quantas vezes mais, ou quão fortemente, uma bebida é mais consumida que outra?

Assim é formada a seguinte matriz:

Matriz de confronto

Consumo	Café	Vinho	Chá	Cerveja	Soda	Leite	Água
Café	1	9	5	2	1	1	1/2
Vinho	1/9	1	1/3	1/9	1/9	1/9	1/9
Chá	1/5	2	1	1/3	1/4	1/3	1/9
Cerveja	1/2	9	3	1	1/2	1	1/3
Soda	1	9	4	2	1	2	1/2
Leite	1	9	3	1	1/2	1	1/3
Água	2	9	9	3	2	3	1

IC = 0,02

Derivando-se o vetor de prioridades via o método de autovalor, encontra-se uma escala que é muito próximo da distribuição real do consumo de bebidas. O resultado é mostrado a seguir:

Modelo x Real	Café	Vinho	Chá	Cerveja	Soda	Leite	Água
Vetor w	0,177	0,019	0,042	0,116	0,190	0,129	0,327
Consumo relativo real	0,180	0,010	0,040	0,120	0,180	0,140	0,330

É um resultado que chega a ser impressionante por sua precisão, nenhuma das estimativas apresenta erro maior de 2%.

- Caso 2: estimando áreas

A aplicação desta vez busca estimar o valor relativo das áreas de cinco figuras geométricas. Mais uma vez é criada uma matriz de confronto, na qual cada item é a resposta à seguinte pergunta: quantas vezes maior é uma figura com relação a outra?

Feitas as comparações e derivado o vetor de pesos, obtém-se, mais uma vez, um resultado bastante preciso comparado ao número real, conforme mostrado abaixo:

Matriz de Confronto

Área	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5
Figura 1	1	9	2	3	5
Figura 2	1/9	1	1/5	1/3	1/2
Figura 3	1/2	5	1	3/2	3
Figura 4	1/3	3	2/3	1	3/2
Figura 5	1/5	2	1/3	2/3	1

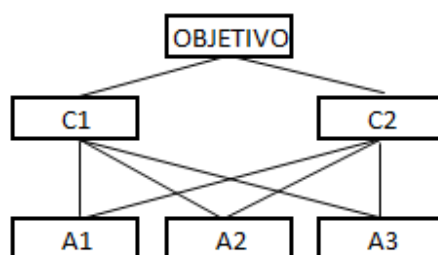
IC = 0,001

Modelo x Real	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5
Vetor w	0,462	0,049	0,245	0,151	0,093
Área relativa real	0,471	0,050	0,234	0,149	0,096

II.5 - Críticas

Além das críticas já expostas ao longo do trabalho, é possível citar algumas outras. A questão da reversão do posto (*ranking reverse*) pode ser apontada talvez como a mais recorrente na literatura, sendo citada em diversos trabalhos como Belton e Gear (1983), Dyer (1990), Troutt (1988), entre outros. Ela critica o fato de que ao adicionar uma alternativa ou critério, a ordem de preferência final pelos elementos presentes previamente pode ser alterada, mesmo no caso de matrizes de confronto onde a condição de consistência é plenamente respeitada⁴. Segue um exemplo:

⁴ A não reversão do posto é uma condição similar à hipótese da “Independência com relação às alternativas irrelevantes” formulada na teoria de escolha social (J.K.Arrow). Também é similar ao Teorema Fraco das Preferências Reveladas (inicialmente sugerido por Samuelson).



As matriz de confronto são:

OBJETIVO	C1	C2
C1	1	1
C2	1	1

$$W_{OBJ} = (0,5, 0,5)$$

C1	A1	A2	A3
A1	1	1/3	1
A2	3	1	3
A3	1	1/3	1

$$W_{C1} = (0,2, 0,6, 0,2)$$

C2	A1	A2	A3
A1	1	2	2
A2	1/2	1	1
A3	1/2	1	1

$$W_{C2} = (0,5, 0,25, 0,25)$$

Agregando os resultados, os pesos finais de cada alternativa com respeito ao objetivo seria:

$$A1: w_1 = 0,5 \times 0,2 + 0,5 \times 0,5 = 0,35$$

$$A2: w_2 = 0,5 \times 0,6 + 0,5 \times 0,25 = 0,425 \quad \Rightarrow \quad A2 > A1 > A3$$

$$A3: w_3 = 0,5 \times 0,2 + 0,5 \times 0,25 = 0,225$$

O problema da reversão de ranking acontece ao adicionar uma quarta alternativa com os seguintes julgamentos (a matriz de confronto entre C1 e C2 permanece a mesma):

C1	A1	A2	A3	A4
A1	1	1/3	1	1/9
A2	3	1	3	1/3
A3	1	1/3	1	1/9
A4	9	3	9	1

$$W_{C1} = (0,071, 0,214, 0,071, 0,643)$$

C2	A1	A2	A3	A4
A1	1	2	2	2
A2	1/2	1	1	1
A3	1/2	1	1	1
A4	1/2	1	1	1

$$W_{C2} = (0,4, 0,2, 0,2, 0,2)$$

Agregando os resultados:

$$A1: w_1 = 0,5 \times 0,071 + 0,5 \times 0,4 = 0,236$$

$$A2: w_2 = 0,5 \times 0,214 + 0,5 \times 0,2 = 0,207$$

$$A3: w_3 = 0,5 \times 0,071 + 0,5 \times 0,2 = 0,136 \quad \Rightarrow \quad A4 \succ A1 \succ A2 \succ A3$$

$$A4: w_4 = 0,5 \times 0,643 + 0,5 \times 0,2 = 0,421$$

Com a simples adição de uma alternativa, a ordem entre as alternativas A1 e A2 se inverte. Note que os julgamentos entre as alternativas e critérios presentes anteriormente foram totalmente mantidos e que as matrizes são 100% consistentes (naturalmente, o problema pode ocorrer também nos casos onde exista inconsistência).

Saaty, entretanto, rebate às críticas afirmando que no modelo ideal isso não deve ocorrer, pois nele, alternativas ou critérios devem ser independentes por construção e aqueles insignificantes devem estar fora da estrutura decisória. O problema do *ranking reverse* só ocorreria ao inserir elementos similares aos já presentes ou insignificantes para o problema, o que fere as condições ideais do método. Assim, segundo ele, a reversão de ordem pode ocorrer somente no caso em que as condições acima não são respeitadas.

Críticas além desta última e daquelas relativas ao recurso do autovalor, a escala fundamental e da questão da consistência, são geralmente iguais a estas com pequenas variações. Entretanto, vale a pena introduzir brevemente uma sobre a qual trata o artigo de Bernasconi, Choirat e Seri (2009).

- A Teoria da Mensuração

No trabalho de Bernasconi, Choirat e Seri (2009), é possível encontrar uma crítica bastante interessante ao AHP em sua forma tradicional. Se debate a formulação das matrizes de confronto, nas quais cada elemento representa $(w_i / w_j) \cdot e_{ij}$. Segundo o artigo, tal formato é baseado na Teoria de Mensuração criada pelo psicofísico Stanley S. Stevens por volta dos anos 1950. A partir da crítica a essa teoria, coloca-se que a formulação do AHP é muito restrita. Mais especificamente, é defendida a idéia de que não se pode tomar os valores presentes na matriz de confronto como representantes puros da razão dos pesos absolutos de dois itens em comparação, no caso a razão (w_i / w_j) . Segundo eles, estudos

psicofísicos mais recentes mostram que o caso presente no AHP é um caso específico. A idéia é que a tradução dos julgamentos em números não deve ser feita de forma direta, mas que deve passar por uma transformação baseada em estudos psicofísicos para representar as avaliações em pesos de forma adequada. A partir disso, é desenvolvida uma proposta alternativa de uso do AHP, utilizando inclusive métodos estatísticos para derivar o vetor de prioridades.

Por não se tratar do escopo deste trabalho, a questão acima não será desenvolvida em detalhes. Para um aprofundamento é possível consultar o artigo de Bernasconi, Choirat e Seri (2009).

CAPÍTULO III: APLICAÇÃO À QUESTÃO EDUCACIONAL

O presente capítulo tem por objetivo ilustrar a aplicação do método AHP em um problema estilizado de formulação de políticas públicas na área educacional. Primeiramente, é exposta a importância para a economia do capital humano acumulado através da educação formal. Em seguida, apresenta-se um brevíssimo resumo sobre resultados de modelos econométricos aplicados à educação, de onde se obtém a motivação para o estudo via AHP. Por último, é desenvolvida uma aplicação do método para determinar os elementos chaves de um ensino de qualidade, no nível Básico e no nível Superior.

II.1 – A Importância da Educação para o Desenvolvimento

A educação é um fator essencial para o desenvolvimento de um país. Seria muito difícil encontrar um economista, ou teórico de qualquer área, que a apontasse como não necessária ao desenvolvimento. De todo modo, ela possui um papel bastante diferente nos diversos modelos de crescimento econômico, tendo um papel de destaque ou não, dependendo do caso. Ainda assim, mesmo no caso negativo, pode ser apontada quase sempre como um elemento no mínimo importante ao progresso, pois é difícil negar sua participação no processo de inovação, no seu sentido mais amplo, que é o motor do crescimento de longo de prazo. Exatamente por não considerar esse processo, economistas clássicos como Malthus fizeram previsões de taxas de crescimento de produto per capita declinantes ao longo tempo, o que naturalmente mostrou-se equivocado ao longo da história. De um outro lado, estão aquelas correntes que conferem a ela papel de maior destaque, são ressaltados aqui aqueles modelos que seguem a linha do crescimento endógeno.

Dentro dessa última agenda de pesquisa é possível citar diversos autores renomados que tratam a formação do capital humano como fator chave do crescimento econômico de longo prazo, dentre eles estão: Arrow (1962), Uzawa (1965), Romer (1986) e Lucas (1988). Esse tipo de modelo foi motivado por lacunas deixadas por modelos base de crescimento neo-clássico (especialmente Solow (1956)), notavelmente a exogeneidade do progresso

tecnológico e da inovação. Os autores do crescimento endógeno passam a buscar explicações para diferentes estados de tecnologia, a qual para eles está intimamente ligada aos investimentos dedicados ao progresso tecnológico, seja via pesquisa, seja via formação de capital humano, variando um pouco caso a caso. Um exemplo do importantíssimo papel desempenhado pelo mesmo nesses modelos pode ser encontrado em Romer (1990).

“The main conclusion are that the stock of human capital determines the rate of growth, that too little human capital is devoted to research in equilibrium, that integration into world markets will increase growth rates, and that having a large population is not sufficient to generate growth” (Romer, 1990, pg. S71).

“The most interesting positive implication of the model is that an economy with a larger total stock of human capital will experience faster growth. (...) The model also suggests that low levels of human capital may help explain why growth is not observed in underdeveloped economies that are closed and why a less developed economy with a very large population can still benefit from economic integration with the rest of the world.” (Romer, 1990, pg. S99).

Por um via mais histórica, é interessante observar o caso ocorrido em algumas economias asiáticas como Coreia do Sul, Taiwan e Hong Kong, além da recuperação japonesa depois da Segunda Guerra Mundial. Essas economias não só experienciaram altas taxas de crescimento do PIB nas últimas décadas, como foram capazes de alcançar padrões de vida similares aos encontrados em países desenvolvidos numa análise per capita. Existe uma diversificada literatura que estuda os fatores-chaves desse processo. Escolas de uma linha de análise institucional comparativa, como a presente no trabalho de Evans (2006), *“Instituciones y Desarrollo en la era de la globalización neoliberal”*, conferem maior destaque ao papel desempenhado pelo Estado como estimulador desse processo e viabilizador do sucesso da iniciativa privada em termos competitivos, já em uma via mais clássica da economia, aponta-se a abertura dessas economias, as altas taxas de investimento e a capacidade de aumentar fortemente a produtividade.

De todo modo, uma constatação presente em todas essas análises é a importância da capacidade desses países em ampliar a produtividade na economia e participar de forma

muito competitiva em indústrias de alto valor agregado. Para suportar esse processo, sem dúvida foi necessário possuir uma educação de alto nível e ser capaz de prover mão-de-obra muito qualificada. Um indicador que mostra a qualidade do sistema educacional desses países é o PISA, coordenado pelo OCDE, que é uma avaliação da qualidade do ensino dos países membros, além de alguns outros que também participam da avaliação. Nele, Coreia do Sul, Hong Kong e Japão figuram sempre entre os melhores colocados nas publicações da última década (Haahr et al, 2005, pg.40).

Visto o importante papel do sistema educacional de um país nesse breve resumo, será apresentada uma pequena resenha da literatura sobre os determinantes da qualidade de um sistema educacional.

II.2 – Os Determinantes da Qualidade do Ensino

Há uma quantidade relativamente grande de estudos sobre os determinantes de uma educação de qualidade. Grande parte da literatura foi desenvolvida com base na idéia da “função de produção educacional”. Tal função é composta pela produção do ensino (y), variável exógena, dada pelo desempenho dos alunos, e por variáveis explicativas que podem ser agrupadas em cinco categorias: características pessoais do aluno (c), características de suas famílias (m), características de seus colegas de escola (g), características de seus professores (p) e outras características escolares (s). Sua forma geral é dada por:

$$y = F(c, m, g, p, s)$$

Esses estudos tem como objetivo estimar as variáveis estatisticamente significantes que geram y através de regressões. Um dos principais resultados encontrado pela maioria desses trabalhos é que diferentes desempenhos de escolas devem-se principalmente a diferenças de nível sócio-econômico médio de seus alunos (Albernaz et al, 2002, pg.3). Controlando esse efeito, existem resultados controversos que tem culminado em muita polêmica. Primeiramente, pelo fato que variáveis educacionais mostram uma relevância muito limitada. Depois, porque os resultados sobre o efeito de variáveis específicas são frontalmente divergentes na comparação entre estudos, o que pode ser observado na tabela presente em Hanushek (1995), onde encontra-se uma boa resenha sobre essa literatura:

Table 1
Summary of Estimated Expenditure Parameter Coefficients from
96 Studies of Educational Production Functions: Developing Countries

Input	Number of Studies	Statistically Significant		Statistically Insignificant
		Positive	Negative	
Teacher/Pupil Ratio	30	8	8	14
Teacher Education	63	35	2	26
Teacher Experience	46	16	2	28
Teacher Salary	13	4	2	7
Expenditure/Pupil	12	6	0	6
Facilities	34	22	3	9

Nesse estudo, conclui-se que muita pesquisa ainda necessita ser desenvolvida para que obtenham-se resultados mais consistentes sobre as políticas educacionais mais adequadas e que, indo além, o método de pesquisa precisa ser mudado para que se entendam melhor os determinantes de um ensino de qualidade. Até o momento, o ponto mais claro demonstrado é que escolas em geral são bastante ineficientes. O trecho abaixo resume bem dois dos principais resultados da pesquisa de Hanushek:

“First, education around the world is a very inefficient exercise. Strong evidence indicates that too much is being paid for the performance obtained from schools. Second, education has proved to be a very complicated subject, and available research has not yielded very specific guidance on standard regulatory and spending policies. This basic state of research, I believe, calls for fundamental changes in the way we conceptualize educational policy. In particular, various forms of performance incentives appear to offer

considerably greater hope for improving schools, even if we currently have little experience with developing such policies.” (Hanushek, 1995, pg.1)

“This evidence all leads me to conclude that education is very complicated, and that we really do not understand it very well. We cannot describe what makes for a good or a bad teacher, or a good or bad school. I even go beyond this. I do not believe that we are going to be able to describe the educational process very well in the near future. Some people suggest that educational policy could all be straightened out if we could just do the one great study. I see no evidence that this is the case” (_____, pg.13)

O intuito aqui é mostrar de modo bastante resumido que, até então, a questão educacional tem se mostrado bastante complexa e que os estudos (quantitativos) sobre ela tem enfrentado dificuldades, principalmente porque apresentam resultados bastante divergentes. Como indicado por Hanushek, eles parecem necessitar ainda de um razoável desenvolvimento, o qual poderia passar por mudanças significativas nos modelos (não só em suas variáveis explicativas como no tipo de modelo possivelmente), pela maior padronização dos dados, na inclusão de outros tipos de informação, entre outros.

O exposto corrobora com a idéia de que existe espaço para aplicações do AHP ao tema. Estas podem ter inclusive um papel auxiliador na reformulação dos modelos já existentes, podendo indicar novas variáveis ou aspectos relevantes que devem ser incluídos na análise.

II.3 – Aplicação do AHP

Considerando o exposto acima, é desenvolvida uma aplicação do método de AHP para determinar os elementos chaves de uma educação de qualidade, a qual foi separada em dois casos: Ensino de Base (EB) e Ensino Superior (ES). Entende-se aqui por Ensino de Base toda a educação pré-universitária, isto é, Ensino Primário, Fundamental e Médio tradicional (o Ensino Técnico não é contemplado por possuir características mais específicas). Por Ensino Superior, é considerado o nível de graduação apenas. Para participar como especialistas na análise, foram convidados três professores e pesquisadores do Instituto de Economia da UFRJ, que gentilmente aceitaram participar da análise.

III.3.1 - Construção da Hierarquia

Inicialmente, foi formulada uma proposta de hierarquia pelo autor do presente trabalho junto a um dos especialistas, tanto para o caso do Ensino de Base como para o Ensino Superior, baseando-se também nas variáveis usualmente presentes nos estudos econométricos. Além disso, naturalmente, outras variáveis consideradas importantes foram adicionadas. Após essa primeira formulação, foi realizada uma reunião na presença dos três especialistas. Inicialmente, foi debatida brevemente mais uma vez estrutura hierárquica, de modo que todos os especialistas pudessem contribuir com suas opiniões sobre a mesma. Assim, depois de configuradas pequenas mudanças na hierárquica, foi definido uma estrutura final. Além disso, foi definida uma interpretação comum para cada elemento presente na análise.

A configuração final do modelo foi a seguinte:

a) Ensino de Base

- Objetivo

O objetivo final da hierarquia é encontrar os principais determinantes de um ensino de qualidade. Cabe frisar que a idéia aqui é encontrar os fatores que conferem qualidade a uma escola dentro do objetivo de formar capital humano, controlando para fatores externos, principalmente nível sócio-econômico dos alunos. No contexto da função de produção escolar, seria equivalente a trabalhar os conjuntos de variáveis exógenas “p” e “s”, os quais referem-se, respectivamente, a: características de seus professores (p) e outras características escolares (s).

- Determinates

D1) Qualidade do Professor

a) Índice Professor/Aluno

b) Formação

c) Experiência

d) Salário

D2) Qualidade das Instalações Físicas

a) Salas de aula

b) Laboratórios

c) Bibliotecas

d) Esporte e lazer

D3) Extraclasse

a) Pesquisas de campo/excursões

b) Aulas de reforço

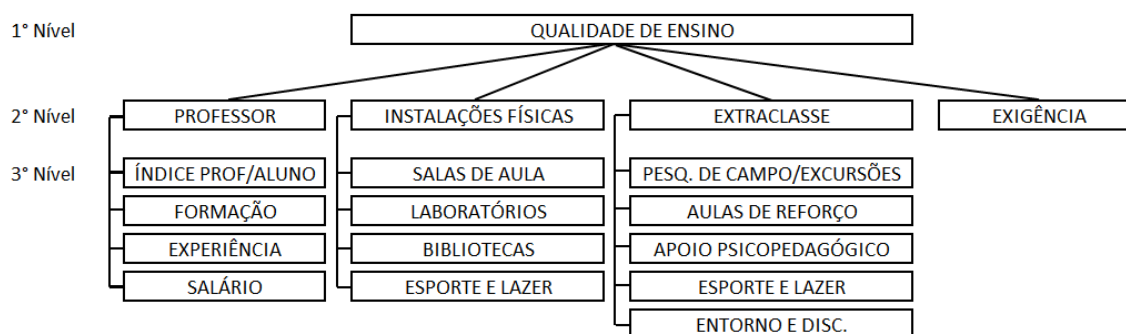
c) Apoio psicopedagógico

d) Esporte e lazer

e) Entorno e disciplina: refere-se as condições mínimas de trabalho no que tange à disciplina escolar e ausência de violência.

D4) Exigência: cobrança de alto nível de desempenho do aluno.

- Estrutura Hierárquica



b) Ensino Superior

- Objetivo

O objetivo final da hierarquia é encontrar os principais determinantes de um ensino de qualidade, valendo-se das mesmas condições do caso anterior.

- Determinates

D1) Qualidade do Professor

- a) Índice Professor/Aluno
- b) Formação
- c) Experiência
- d) Salário

D2) Qualidade das Instalações Físicas

- a) Salas de aula
- b) Laboratórios
- c) Bibliotecas
- d) Esporte e lazer

D3) Extraclasse

- a) Pesquisa
- b) Monitorias
- c) Trabalhos Práticos
- d) Extensão Acadêmica
- e) Entorno e disciplina: refere-se as condições mínimas de trabalho

no que tange à disciplina escolar e ausência de violência.

D4) Exigência: cobrança de alto nível de desempenho do aluno.

D5) Programa: estrutura curricular do curso

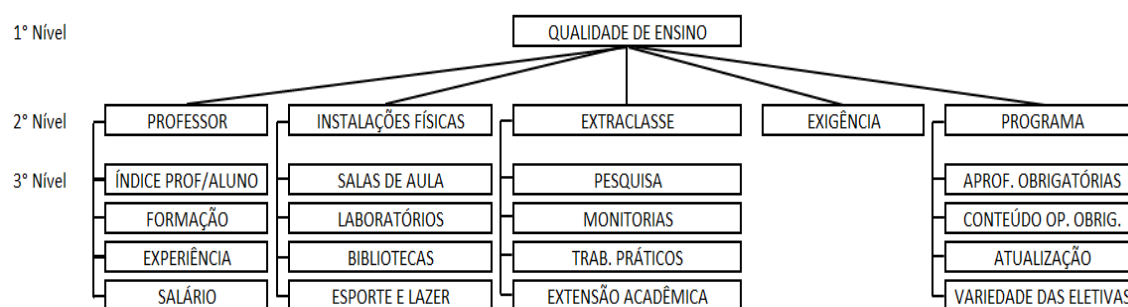
- a) Aprofundamento das disciplinas obrigatórias
- b) Conteúdo operacional (relacionado a aplicação) das disciplinas

obrigatórias

c) Atualização do conteúdo/currículo

d) Variedade das disciplinas eletivas

- Estrutura Hierárquica



III.3.2 – Solução do Problema Hierárquico

Construídas as hierarquias, na sequência da reunião com os especialistas, foram avaliadas as matrizes de confronto através do método de consenso e com o suporte da Escala Fundamental. Abaixo encontram-se as matrizes de confronto com os respectivos vetores de prioridade derivados e índices de inconsistência:

a) Ensino de Base

1º NÍVEL

QUALIDADE DE ENSINO	PROFESSOR	INSTALAÇÕES FÍSICAS	EXTRACLASSE	EXIGÊNCIA
PROFESSOR	1	7	3	2
INSTALAÇÕES FÍSICAS	1/7	1	1/2	1/2
EXTRACLASSE	1/3	2	1	1
EXIGÊNCIA	1/2	2	1	1

$w = (0.522, 0.089, 0.184, 0.205)$, Índice de Consistência (IC) = 0.01

2º NÍVEL

PROFESSOR	ÍNDICE PROF/ALUNO	FORMAÇÃO	EXPERIÊNCIA	SALÁRIO
ÍNDICE PROF/ALUNO	1	1/6	1/4	1/4
FORMAÇÃO	6	1	5	2
EXPERIÊNCIA	4	1/5	1	1
SALÁRIO	4	1/2	1	1

w = (0.060, 0.594, 0.180, 0.219) , Índice de Consistência (IC) = 0.06

INSTALAÇÕES FÍSICAS	SALAS DE AULA	LABORATÓRIOS	BIBLIOTECAS	ESPORTE E LAZER
SALAS DE AULA	1	1	1	3
LABORATÓRIOS	1	1	2	2
BIBLIOTECAS	1	1/2	1	2
ESPORTE E LAZER	1/3	1/2	1/2	1

w = (0.306, 0.333, 0.235, 0.125) , Índice de Consistência (IC) = 0.03

EXTRACLASSE	PESQ. DE CAMPO/EXC.	AULAS DE REFORÇO	APOIO PSICOPEDAGÓGICO	ESPORTE E LAZER	ENTORNO E DISC.
PESQ. DE CAMPO/EXC.	1	1/2	1/5	1/2	1/5
AULAS DE REFORÇO	2	1	1/3	1	1/5
APOIO PSICOPEDAGÓGICO	5	3	1	3	1/2
ESPORTE E LAZER	2	1	1/3	1	1/3
ENTORNO E DISC.	5	5	2	3	1

w = (0.062, 0.103, 0.290, 0.115, 0.430) , Índice de Consistência (IC) = 0.02

b) Ensino Superior

1º NÍVEL

QUALIDADE DE ENSINO	PROFESSOR	INSTALAÇÕES FÍSICAS	EXTRACLASSE	EXIGÊNCIA	PROGRAMA
PROFESSOR	1	7	5	3	3
INSTALAÇÕES FÍSICAS	1/7	1	1	1/4	1/2
EXTRACLASSE	1/5	1	1	1/4	1/6
EXIGÊNCIA	1/3	4	4	1	1/4
PROGRAMA	1/3	2	6	4	1

w = (0.451, 0.066, 0.054, 0.156, 0.274) , Índice de Consistência (IC) = 0.11

2º NÍVEL

PROFESSOR	ÍNDICE PROF/ALUNO	FORMAÇÃO	EXPERIÊNCIA	SALÁRIO
ÍNDICE PROF/ALUNO	1	1/7	1/6	1/5
FORMAÇÃO	7	1	6	3
EXPERIÊNCIA	6	1/6	1	1
SALÁRIO	5	1/3	1	1

w = (0.047, 0.594, 0.174, 0.186) , Índice de Consistência (IC) = 0.09

INSTALAÇÕES FÍSICAS	SALAS DE AULA	LABORATÓRIOS	BIBLIOTECAS	ESPORTE E LAZER
SALAS DE AULA	1	1	1	7
LABORATÓRIOS	1	1	1	7
BIBLIOTECAS	1	1	1	7
ESPORTE E LAZER	1/7	1/7	1/7	1

w = (0.318, 0.318, 0.318, 0.045) , Índice de Consistência (IC) = 0.00

EXTRACLASSE	PESQUISA	MONITORIAS	TRAB. PRÁTICOS	EXTENSÃO ACADÊMICA
PESQUISA	1	1/3	1/2	3
MONITORIAS	3	1	3	5
TRAB. PRÁTICOS	2	1/3	1	2
EXTENSÃO ACADÊMICA	1/3	1/5	1/2	1

w = (0.174, 0.518, 0.222, 0.087) , Índice de Consistência (IC) = 0.05

PROGRAMA	APROF. OBRIGATÓRIAS	CONTEÚDO OP. OBRIG.	ATUALIZAÇÃO	VARIEDADE DAS ELETIVAS
APROF. OBRIGATÓRIAS	1	1	1	2
CONTEÚDO OP. OBRIG.	1	1	1/3	1/2
ATUALIZAÇÃO	1	3	1	1
VARIEDADE DAS ELETIVAS	1/2	2	1	1

w = (0.292, 0.159, 0.311, 0.239) , Índice de Consistência (IC) = 0.09

Note que todas as matrizes, exceto uma, apresentaram índices de consistência considerados ideais, isto é, menores que 0,10. A única matriz que apresentou um IC maior que o ideal, 0,11, não precisou ser reavaliada porque este é ainda um valor aceitável, menor que 0,20.

III.3.3 – Resultados e Análise

Construídas as matrizes de confronto e derivados os vetores de prioridade, foram obtidos os seguintes resultados:

- Ensino de Base

1º Nível

QUALIDADE DE ENSINO	PROFESSOR	INSTALAÇÕES FÍSICAS	EXTRACLASSE	EXIGÊNCIA
Prioridade	52%	9%	18%	21%

2º Nível

PROFESSOR	Prioridade
ÍNDICE PROF/ALUNO	6%
FORMAÇÃO	54%
EXPERIÊNCIA	18%
SALÁRIO	22%

2º Nível

INSTALAÇÕES FÍSICAS	Prioridade
SALAS DE AULA	31%
LABORATÓRIOS	33%
BIBLIOTECAS	24%
ESPORTE E LAZER	13%

2º Nível

EXTRACLASSE	Prioridade
PESQ. DE CAMPO/EXC.	6%
AULAS DE REFORÇO	10%
APOIO PSICOPEDAGÓGICO	29%
ESPORTE E LAZER	12%
ENTORNO E DISC.	43%

Agregação Final

QUALIDADE DE ENSINO	Prioridade
FORMAÇÃO	28%
EXIGÊNCIA	21%
SALÁRIO	11%
EXPERIÊNCIA	9%
ENTORNO E DISC.	8%
APOIO PSICOPEDAGÓGICO	5%
ÍNDICE PROF/ALUNO	3%
LABORATÓRIOS	3%
SALAS DE AULA	3%
ESPORTE E LAZER	2%
BIBLIOTECAS	2%
AULAS DE REFORÇO	2%
PESQ. DE CAMPO/EXC.	1%
ESPORTE E LAZER	1%

- Ensino Superior

1º Nível

QUALIDADE DE ENSINO	PROFESSOR	INSTALAÇÕES FÍSICAS	EXTRACLASSE	EXIGÊNCIA	PROGRAMA
Prioridade	45%	7%	5%	16%	27%

2º Nível

PROFESSOR	Prioridade
ÍNDICE PROF/ALUNO	5%
FORMAÇÃO	59%
EXPERIÊNCIA	17%
SALÁRIO	19%

2º Nível

INSTALAÇÕES FÍSICAS	Prioridade
SALAS DE AULA	32%
LABORATÓRIOS	32%
BIBLIOTECAS	32%
ESPORTE E LAZER	5%

2º Nível

EXTRACLASSE	ÍNDICE PROF/ALUNO
PESQUISA	17%
MONITORIAS	52%
TRAB. PRÁTICOS	22%
EXTENSÃO ACADÊMICA	9%

2º Nível

PROGRAMA	ÍNDICE PROF/ALUNO
APROF. OBRIGATÓRIAS	29%
CONTEÚDO OP. OBRIG.	16%
ATUALIZAÇÃO	31%
VARIEDADE DAS ELETIVAS	24%

Agregação Final

QUALIDADE DE ENSINO	Prioridade
FORMAÇÃO	27%
EXIGÊNCIA	16%
ATUALIZAÇÃO	9%
SALÁRIO	8%
APROF. OBRIGATÓRIAS	8%
EXPERIÊNCIA	8%
VARIEDADE DAS ELETIVAS	7%
CONTEÚDO OP. OBRIG.	4%
MONITORIAS	3%
ÍNDICE PROF/ALUNO	2%
SALAS DE AULA	2%
LABORATÓRIOS	2%
BIBLIOTECAS	2%
TRAB. PRÁTICOS	1%
PESQUISA	1%
EXTENSÃO ACADÊMICA	0%
ESPORTE E LAZER	0%

Para a análise dos resultados, apresentamos ainda a tabela abaixo, contendo a distribuição do percentual de vezes que cada variável presente na tabela de Hanushek obteve coeficiente positivo e os pesos dessas mesmas variáveis no AHP⁵:

Variável	Distribuição Positiva	Agregação Final AHP	
		Ensino de Base	Ensino Superior
Instalações	25%	9%	7%
Formação do Professor	21%	28%	27%
Gasto por Aluno	19%	-	-
Experiência do Professor	13%	9%	8%
Salário do Professor	12%	11%	8%
Relação Professor/Aluno	10%	3%	2%

Ainda que seja difícil fazer uma comparação direta desses resultados, a idéia é apurar o “sucesso” de cada uma dessas variáveis presentes nos estudos econométricos (os quais podemos ainda considerar, de certo modo, independentes, pois foram realizado em distintos países, com diferentes bases de dados, modelos, etc) com sua respectiva relevância na aplicação do AHP. Isto é, quando essas variáveis foram testadas estatisticamente, quais delas foram consideradas relevantes (no sentido de estatisticamente significantes e com coeficiente positivo) com maior frequência? A partir disso, confrontamos, com as devidas ressalvas, os estudos econométricos e o AHP.

Finalmente iniciando a análise, em ambos os casos, os resultados indicam que a qualidade do professor desempenha um papel central no ensino, sendo o item de maior peso no primeiro nível das duas análises, com pesos de aproximadamente 50%. Com respeito aos respectivos sub-critério, destaca-se a formação do professor, que possui um peso maior que 50% tanto para o EB quanto para o ES, sendo o item de maior peso no resultado agregado. É um resultado em linha com os estudos inferenciais da função de produção, no qual os anos de formação do professor representam 21% casos em que uma das variáveis foi testada sendo considerada significativa e com impacto positivo na produção escolar.

Além disso, ainda no item professor, salário e experiência mostraram-se relevantes no AHP, inclusive a nível agregado. Já a relação professor/aluno, apresentou peso bastante

⁵ Para construir essa primeira coluna, foi apurado, com base na tabela de Hanushek, o percentual de vezes que cada variável, quando testada, apresentou coeficiente positivo e significativo estatisticamente. A partir desses percentuais, derivou-se distribuição presente na tabela.

reduzido. É interessante notar que este foi o item de menor peso na distribuição presente na tabela da página anterior.

Ainda na análise do primeiro nível da hierarquia, a questão da exigência apresenta um papel de destaque tanto para o EB quanto para o ES, sendo respectivamente o segundo e terceiro critério mais relevantes para a qualidade do ensino. No resultado agregado, é o segundo mais importantes para ambos. É um resultado muito interessante porque se trata de uma variável não contemplada nos estudos inferenciais. Isso provavelmente acontece porque esta é uma variável de difícil mensuração, avaliar o nível de exigência de forma padronizada é um desafio. É um bom exemplo de contribuição que a análise do AHP pode trazer. A relevância dessa variável, constatada via AHP, indica, no mínimo, que futuros estudos deveriam buscar uma forma de incorporar essa variável na análise. Indo além, mesmo que não seja possível agregá-la ao estudo inferencial, é um ponto que merece atenção, podendo vir a ser inclusive um ponto relevante na formulação de políticas públicas.

Especificamente no caso do ES, a qualidade do programa desempenha um papel relevante. Ele não foi incluído no EB porque, nesse caso, o conteúdo possui pouca margem a flexibilização. Esse é mais um elemento que se mostrou muito relevante e não é incluído usualmente em estudos inferências. É um item ainda mais difícil de quantificar que o nível de exigência, contudo não significa que não possa ser avaliado.

Com respeito às instalações físicas, os sub-critérios apresentaram relevância semelhante entre eles, com exceção da estrutura de esporte e lazer, a qual foi atribuída uma importância menor. É interessante notar que no caso do Ensino de Base, as instalações de esporte e lazer obtiveram um peso muito pequeno, entretanto o desenvolvimento de atividades desse caráter na escola, aparece como um elemento um pouco mais relevante na análise global. Isto indica que a estrutura física não precisa ser muito desenvolvida, mas a iniciativa da escola em promover essas atividades pode ser relevante ao ensino. Ainda, visto que a questão do entorno e disciplina pode ser tratado como um pré-requisito à atividade escolar, podemos assim pensar a análise, excluindo esse item e recalculando o peso dos outros critério relativos a atividades extraclasse, obtendo:

2º Nível

EXTRACLASSE	Prioridade	Resultado Agregado
PESQ. DE CAMPO/EXC.	11%	2%
AULAS DE REFORÇO	18%	3%
APOIO PSICOPEDAGÓGICO	51%	9%
ESPORTE E LAZER	20%	4%

Nesse caso, a questão do apoio pedagógico passa a ser a quinta mais relevante na análise global, enquanto o item esporte e lazer passa a ser o sexto. De forma geral, conclui-se que o extraclasse como um todo é muito importante ao Ensino de Base, destacadamente com respeito ao apoio psicopedagógico, além do entorno e disciplina.

Na comparação dos resultados do EB com os do ES, nota-se uma ordenação semelhante dos critérios comuns, havendo uma discrepância significativa somente no peso das atividades extraclasse. Esta, considerada significativa na qualidade do Ensino de Base, possui uma importância muito menor no Ensino Superior, sendo o item de menor peso na análise do primeiro nível.

Concluindo, o estudo aponta que o professor é o elemento chave para uma educação de qualidade, com destaque para a importância de sua formação. Além disso, um alto nível de cobrança do aluno é também um critério relevante. Especificamente para o Ensino de Base, destaca-se ainda a relevância da questão extraclasse. Para o Ensino Superior, destaca-se a importância de um programa de qualidade para os cursos.

CONCLUSÃO

O presente estudo mostra que o AHP pode ser um instrumento útil à análise econômica em diversas áreas, especialmente nos casos em que a inferência estatística enfrenta dificuldades, podendo ser inclusive um instrumento de apoio ao direcionamento de futuros estudos. Isso se deve principalmente à capacidade do AHP em lidar com variáveis intangíveis e de difícil mensuração. O principal argumento em resposta à crítica sobre seu elevado grau de arbitrariedade é a existência de um número significativo de estudos de validação do mesmo, nos quais é possível constatar uma elevada precisão de resultados na comparação com dados reais.

Com relação à aplicação ao tema educacional, o estudo indica que o professor é o elemento central do ensino, devendo ser valorizado, atentando-se especialmente para a qualidade de sua formação. Isso conduz também à idéia de que para atrair um profissional de boa formação, ou mesmo, incentivar os profissionais a melhorarem suas formações, é preciso prover uma remuneração adequada, o que também é indicado nos resultados. Foi revelado também que a cobrança por desempenho do aluno desempenha um papel importante no *output* da atividade escolar. Especificamente para o Ensino de Base, a questão extraclasse também mostrou-se relevante. No caso do Ensino Superior, a configuração de um programa de qualidade é muito importante à qualidade do ensino.

Reconhece-se também que o presente estudo possui uma escala razoavelmente reduzida e um certo caráter de exercício da aplicação do método. Uma abordagem com mais especialistas e com mais tempo de debate na construção do modelo, poderia incrementar de modo significativo a qualidade dos resultados. Contudo, ainda assim, esse exercício foi modestamente capaz de trazer alguns *insights* interessantes, que podem ser úteis a futuras análises. Dois deles são que o nível de exigência e um programa de qualidade (ES) devem ser incluídos na análise da qualidade da educação. No caso do Ensino de Base, concluí-se também que a questão extraclasse merece atenção. Além disso, seria importante encontrar meios de avaliar as respectivas relevâncias dessas variáveis em termos práticos. Mesmo que difíceis de tratar na inferência estatística, não podem ser negligenciadas em função da dificuldade de mensuração. Uma possível alternativa, seria

dar mais atenção a estudos de casos específicos, nos quais seria possível avaliar os resultados de experiências envolvendo o incremento de qualidade desses dois itens.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBERNAZ, A., FERREIRA, F., FRANCO, C., “Qualidade e Equidade na Educação Fundamental Brasileira”, Departamento de Economia/Puc-Rio, 2002.

BERNASCONI, M., CHOIRAT, C. e SERI, R., “*The Analytic Hierarchy Process and the Theory of Measurement*”, Management Science, Vol. 56, N. 4, pg. 699-711, 2009.

EVANS, P., “*Instituciones y Desarrollo en la era de la globalización neoliberal*”, ILSA, Bogotá Colombia, 2007.

FERREIRA, F., “Os Determinantes da Desigualdade de Renda no Brasil: Luta de Classes ou Heterogeneidade Educacional?”, Texto para Discussão N°. 415, Departamento de Economia/ Puc-Rio, 2000.

HANUSHEK, E., “*Interpreting Recent Research on Schooling in Developing Countries*”, University of Rochester, 1995.

HAAHR, J., ET AL, “*Explaining Student Performance*”, Danish Technological Institute, novembro, 2005.

ISHIZAKA, A. e LABIB, A., “*Analytic Hierarchy Process and Expert Choice: Benefits and Limitations*”, ORInsight, 22(4), pg. 201/220, 2009.

KORHONEN, P., VOUTILAINEN, R., “*Finding the most preferred alliance structure between banks and insurance companies*”, European Journal of Operational Research 175 (2006) 1285–1299, 2005.

LUCAS, R., “*On the mechanics of Economic Development*”, Journal of Monetary Economics, Julho, 1988, pg 3-42.

NIGIM, K., HIPEL, K., SMITH, G., “*An Effective Approach to Infrastructure Reconstruction Of Devastated Countries*”, ISAHP 2005, Honolulu, Hawaii, Julho 8-10, 2003.

ROMER, P., “*The Origins of Endogenous Growth*”, Journal of Economic Perspectives - Volume 8, Number 1 – Winter 1994, pg. 3-22.

ROMER, P., “*Increasing Returns and Long-run Growth*”, Journal of Political Economy, vol. 94, n. 5, 1986.

SAATY, R. W., “*Validation Examples for the AHP and the ANP*”, MCDM, Whistler, B.C. Canada, 2004.

SAATY, T. L., “*Ratio Scales Derived from Perturbations of Consistent Judgments*”, Behaviormetrika. N. 28, 1990, pg. 1-21.

_____ “*Scales from measurement not measurement from scales*”, MCDM, Whistler, B.C., Canada, 2004.

_____ “*Decision making with the analytic hierarchy process*”, Int. J. Services Sciences, Vol. 1, No. 1., Pittsburgh, PA 15260, USA, 2008.

_____ “*Relative Measurement and Its Generalization in Decision Making. Why pairwise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors. The Analytic Hierarchy/Network Process*”, RACSAM, Vol. 102, pg. 251-318, Spain. 2008.

VARIAN, H., “*Manual de Microeconomia*”, 6ª edição, Rio de Janeiro, Editora Elsevier, 2003.